



**WHZ Westsächsische
Hochschule Zwickau**
University of Applied Sciences

Fakultät: Angewandte Kunst Schneeberg

Studiengang Musikinstrumentenbau Markneukirchen

Masterthesis

Sommersemester 2026

Experimentelle Modalanalyse unterschiedlicher Kopfkonstruktionen bei Stahlsaitengitarren

Modul AKS 05240

Masterthesis

Prof. Dr. Hannes Vereecke

Prof. Dr. Gunter Ziegenhals

Vorgelegt von: Samir Rolf Kanse

Matrikelnummer: 42581

Markneukirchen, 25.06.2026

Abstract

Der Gitarrenkopf liegt als strukturelles Bauteil unmittelbar im mechanischen Schwingungspfad des Instruments und beeinflusst über seine geometrischen und trägheitsbedingten Eigenschaften das modale Verhalten des gesamten Halses. Eine systematische, quantitative Untersuchung, wie sich die Kopfkonstruktion auf das Schwingungsverhalten auswirkt, fehlt in der wissenschaftlichen Literatur bislang. Die vorliegende Arbeit geht dieser Frage mit einem kombinierten numerisch-experimentellen Ansatz nach, am Beispiel zweier realer Gitarrenhalskonstruktionen aus Ahorn, deren Geometrien der Hersteller Lakewood Guitars sowohl in realer als auch in digitaler Form bereitgestellt hat.

Die Untersuchung beruht auf drei methodischen Säulen.

Die erste ist die numerische Modalanalyse mit der Finite-Elemente-Methode, durchgeführt in SimScale auf Basis von in Autodesk Fusion 360 aufbereiteten CAD-Daten. Beide Kopfkonstruktionen, der Flachkopf und der Fensterkopf, werden unter identischen Randbedingungen mit einem orthotropen Materialmodell für Bergahorn simuliert; berechnet werden die ersten 20 Eigenmoden. Eine dreistufige Konvergenzstudie sichert die Netzunabhängigkeit, eine Sensitivitätsstudie quantifiziert den Einfluss unvermeidlicher Materialparameterunsicherheiten.

Die zweite Säule ist die experimentelle Modalanalyse mit Kontaktmessung, durchgeführt mit dem OnoSokki-CF7200. Durch Impulsanregung an einer definierten Position auf der Obersattellinie und die sequenzielle Erfassung der Schwingungsantworten in alle drei Raumrichtungen entstehen Frequenzgangfunktionen hoher statistischer Qualität, die als primäre Validierungsreferenz für die Simulation dienen.

Die dritte Säule umfasst die kontaktlosen Flächenmessungen mittels Scanning-Laser-Vibrometrie, durchgeführt mit dem PSV-500 von Polytec, die die Schwingungsmodenformen in Z-Richtung direkt sichtbar machen und so einen qualitativen Vergleich mit den FEM-Modenformen erlauben, anschließend wird eine MAC-Analyse durchgeführt.

Die Ergebnisse weisen die strukturdynamischen Unterschiede zwischen Flach- und Fensterkopf erstmals nach.

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit in allen Teilen selbstständig angefertigt und keine anderen als die in der Arbeit angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, und dass die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form in noch keiner anderen Prüfung vorgelegen hat. Mir ist bewusst, dass ich Autor/in der vorliegenden Arbeit bin und volle Verantwortung für den Text trage.

Ich erkläre, dass ich wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken – dazu gehören auch Internetquellen – übernommene Inhalte als solche kenntlich gemacht und die entsprechenden Quellen angegeben habe.

Mir ist bewusst, dass meine Arbeit auf Plagiate überprüft werden kann. Mir ist bekannt, dass es sich bei der Abgabe eines Plagiats um ein schweres akademisches Fehlverhalten handelt und dass Täuschungen nach der für mich gültigen Prüfungsordnung geahndet werden.

Zusätzlich versichere ich, dass ich auf künstlicher Intelligenz (KI) basierende Werkzeuge nur in Absprache mit den Prüfern verwendet habe. Dabei stand meine eigene geistige Leistung im Vordergrund, und ich habe jederzeit den Prozess steuernd bearbeitet.

Diese Werkzeuge habe ich im Quellenverzeichnis in der Rubrik „Übersicht verwendeter Hilfsmittel“ mit ihrem Produktnamen und einer Übersicht des im Rahmen dieser Prüfungs-/Studienarbeit genutzten Funktionsumfangs unter Angabe der Textstelle in der Arbeit vollständig aufgeführt. Ich versichere, dass ich keine KI-basierten Tools verwendet habe, deren Nutzung die Prüfer explizit schriftlich ausgeschlossen haben. Ich bin mir bewusst, dass die Verwendung von Texten oder anderen Inhalten und Produkten, die durch KI-basierte Tools generiert wurden, keine Garantie für deren Qualität darstellt.

Ich verantworte die Übernahme jeglicher von mir verwendeter maschinell generierter Passagen vollumfänglich selbst und trage die Verantwortung für eventuell durch die KI generierte fehlerhafte oder verzerrte Inhalte, fehlerhafte Referenzen, Verstöße gegen das Datenschutz- und Urheberrecht oder Plagiate.

Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form weder von mir noch von jemand anderem als Prüfungsleistung (d. h. weder an der AKS/WHZ noch andersorts) eingereicht und ist auch noch nicht veröffentlicht worden.

Markneukirchen, 25.06.2026

Ort, Datum

Unterschrift

Inhaltsverzeichnis

Abstract	ii
Selbstständigkeitserklärung	iii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Problemstellung	1
1.3 Ziel der Arbeit	2
1.4 Forschungsfrage	3
1.5 Aufbau der Arbeit	4
2 Stand der Forschung und theoretische Grundlagen	5
2.1 Dynamik von Gitarrenhälsen	5
2.2 Finite-Elemente-Methode	6
2.2.1 Grundprinzip und Diskretisierung	6
2.2.2 Modalanalyse und Eigenwertproblem	7
2.2.3 Konvergenzstudie und Netzunabhängigkeit	8
2.2.4 Sensitivitätsanalyse von Materialparametern	9
2.3 Experimentelle Modalanalyse	9
2.3.1 Grundprinzip und Systemidentifikation	9
2.3.2 Anregung und Messkette	10
2.3.3 Kohärenzfunktion und Messqualität	11
2.3.4 Holzbauteile und EMA	12
2.4 Scanning-Laser-Vibrometrie	12
2.4.1 Messprinzip	12
2.4.2 Vorteile gegenüber Kontaktmessung	13
2.4.3 Einschränkung und Limitationen	13
2.4.4 Polytec PSV-500	14
2.5 Werkstoffkunde, Orthotropie, Materialmodell	14
2.5.1 Werkstoffkunde Holz	14
2.5.2 Orthotropes Materialmodell	15
2.5.3 Bergahorn als Untersuchungsmaterial	15
2.6 Validierungsmethoden	17
2.6.1 Eigenfrequenzvergleich	17
2.6.2 Modal Assurance Criterion	17
2.6.3 Modal Effektive Masse	18
3 Untersuchungsobjekte	20
3.1 Auswahl und Grundlage der Untersuchungsobjekte	20
3.2 Flachkopf	21
3.2.1 Geometrische Beschreibung	21
3.2.2 Strukturmechanische Eigenschaften	21
3.3 Fensterkopf	22
3.3.1 Geometrische Beschreibung	22
3.3.2 Strukturmechanische Eigenschaften	22
3.4 Systematischer Vergleich beider Konstruktionen	23
3.4.1 Geometrische Parameter im Überblick	23
3.4.2 Erwarteter Einfluss auf das Schwingungsverhalten	24
3.4.3 Überlagerung mehrerer Einflussparameter	24
3.5 Vereinfachungen und Abgrenzungen	25

4	Methodik	26
4.1	<i>Untersuchungsstrategie</i>	26
4.2	<i>Numerische Modalanalyse</i>	28
4.2.1	Geometrie und CAD-Modellierung.....	28
4.2.2	Materialmodellierung und orthotrope Parametrierung	29
4.2.3	Randbedingungen.....	30
4.2.4	Vernetzung und Konvergenzstudie	30
4.2.5	Sensitivitätsstudie der Materialparameter	31
4.3	<i>EMA, Kontaktmessungen, Beschleunigungsaufnehmer.....</i>	32
4.3.1	Versuchsaufbau und Messsystem	32
4.3.2	Anregungsort und Anregungsverfahren.....	33
4.3.3	Messpunkte und räumliche Erfassung	34
4.3.4	Mittelung und Signalverarbeitung.....	35
4.3.5	Modale Kurvenanpassung	36
4.4	<i>EMA, Kontaktlose Messungen, Laser-Scanning-Vibrometrie.....</i>	36
4.4.1	Versuchsaufbau	36
4.4.2	Scan-Grid und Messpunktverteilung	37
4.4.3	Anregungsort und Anregungsverfahren.....	39
4.4.4	Mittelung und Messparameter	39
4.4.5	Modenextraktion und Visualisierung	40
4.5	<i>Validierungsstrategie</i>	40
4.5.1	Zuordnung der Modenpaare	40
4.5.2	MAC-Analyse.....	41
4.5.3	Modal effektive Masse	43
4.6	<i>Limitationen des Gesamtansatzes.....</i>	43
5	Ergebnisse.....	45
5.1	<i>Vorbemerkung zur Ergebnisdarstellung.....</i>	45
5.2	<i>Ergebnisse der FEM-Simulation.....</i>	46
5.2.1	Konvergenzstudie	46
5.2.2	Eigenfrequenzen und Modenformen	48
5.2.3	Sensitivitätsstudie der Materialparameter	50
5.2.4	Cross-FEM MAC-Analyse	52
5.3	<i>Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse mit Kontaktmessung</i>	54
5.3.1	Gemittelte FRFs beider Kopfkonstruktionen	54
5.3.2	Qualität der Messungen	56
5.4	<i>Ergebnisse der Scanning-Laser-Vibrometrie.....</i>	58
5.4.1	Identifizierte Moden und Modenformen beider Kopfkonstruktionen	58
5.4.2	Qualität der Scanning-Messungen	61
5.5	<i>Validierung und Gesamtvergleich</i>	64
5.5.1	Modenzuordnung	64
5.5.2	Eigenfrequenzvergleich mit FEM und EMA	64
5.5.3	MAC-Analyse.....	67
5.5.4	Qualitativer Modenformvergleich FEM, Scanning-Vibrometrie	69
5.5.5	Modal effektive Massen	70

6	Diskussion	72
6.1	<i>Vorbemerkung zur Diskussionsstruktur.....</i>	72
6.2	<i>Bewertung der FEM-Simulation</i>	72
6.3	<i>Bewertung der experimentellen Modalanalyse mit Kontaktmessung</i>	73
6.4	<i>Bewertung der Scanning-Laser-Vibrometrie</i>	74
6.5	<i>Mehrwert des Drei-Säulen-Ansatzes</i>	75
6.5.1	<i>Methodische Triangulation</i>	76
6.5.2	<i>Komplementarität der Methoden</i>	76
6.6	<i>Interpretation der strukturdynamischen Unterschiede.....</i>	76
6.7	<i>Implikationen für den Instrumentenbau</i>	77
6.8	<i>Reflexion</i>	78
7	Fazit	79
7.1	<i>Zusammenfassung der Ergebnisse</i>	79
7.2	<i>Beantwortung der Forschungsfrage.....</i>	80
7.3	<i>Ausblick.....</i>	82
8	Abbildungsverzeichnis	84
9	Tabellenverzeichnis	84
10	Literaturverzeichnis	85
11	Hilfsmittel	87
12	Anhang.....	88

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die Kopfkonstruktion einer Gitarre wird im Instrumentenbau traditionell vor allem nach ästhetischen und fertigungstechnischen Gesichtspunkten beurteilt. Der Kopf gilt als gestalterisches Markenzeichen eines Herstellers, trägt die Stimmmechaniken und führt die Saiten über den Obersattel. Seine strukturmechanische Funktion dagegen bleibt in der Praxis wie in der wissenschaftlichen Literatur weitgehend unbeachtet.

Dabei ist der Gitarrenkopf kein passives Bauteil. Als oberes Ende des Halses schließt er eine mechanische Struktur ab, die über Korpus, Steg und schwingende Saiten in ständiger dynamischer Wechselwirkung steht. Mechanische Energie, die am Steg nicht vollständig in den Resonanzkörper gelangt, läuft durch den Hals bis in den Kopf. Dort wird sie teils als Wärme dissipiert, teils reflektiert, teils an die Umgebungsluft abgestrahlt. Das Schwingungsverhalten des Kopfes wirkt damit mittelbar auf das Abstrahlverhalten des gesamten Instruments und auf das haptisch wie akustisch wahrgenommene Spielgefühl. Dass die Geometrie des Kopfbereichs das dynamische Verhalten des Halssystems beeinflusst, ist im Instrumentenbau seit Langem bekannt und fließt bei erfahrenen Gitarrenbauern intuitiv in die Konstruktion mit ein. Was fehlt, ist eine systematische Untersuchung, die diesen Einfluss quantitativ belegt und auf einzelne konstruktive Parameter zurückführt. Hier setzt diese Arbeit an.

Den Ausgangspunkt bildet der direkte Vergleich zweier im professionellen Gitarrenbau etablierter Kopfformen, des Flachkopfes und des Fensterkopfes. Gerade diese unmittelbare Gegenüberstellung eignet sich, um strukturdynamische Unterschiede herauszuarbeiten und geometrisch zu erklären.

1.2 Problemstellung

Im Lauf der Gitarrenbaugeschichte haben sich zwei grundlegende Kopfkonstruktionen herausgebildet: der Flachkopf, *solid headstock* und der Fensterkopf, *slotted headstock*. Sie unterscheiden sich nicht nur äußerlich, sondern in zentralen strukturmechanischen Größen. Der Fensterkopf hat durch seine gefrästen Aussparungen eine deutlich kleinere Querschnittsfläche, eine geringere Masse und eine räumlich inhomogenere Steifigkeitsverteilung. Der Flachkopf ist dagegen ein Vollkörper mit homogenerer Masseverteilung und höherem lokalem Steifigkeitsprofil. Hinzu kommt eine methodische Schwierigkeit: Keines der verfügbaren Verfahren erfasst das Schwingungsverhalten allein vollständig, die FEM idealisiert das reale System, die punktuelle Kontaktmessung ist räumlich begrenzt, und die flächenhafte Vibrometrie misst nur entlang einer Achse. Erst ihre Kombination erlaubt eine belastbare, mehrdimensionale Aussage; wie diese konkret aussieht, beschreibt das folgende Kapitel.

1.3 Ziel der Arbeit

Ziel dieser Masterthesis ist es, den Einfluss der Kopfkonstruktion auf das modale Schwingungsverhalten von Gitarrenköpfen systematisch und experimentell zu untersuchen. Dazu dient ein kombinierter Ansatz aus drei methodischen Säulen, die einander in ihrer Aussagekraft ergänzen und absichern.

Die erste Säule ist die numerische Modalanalyse mit der Finite-Elemente-Methode. Für beide Kopfkonstruktionen entstehen separate Simulationsmodelle unter identischen, vollständig kontrollierten Material- und Randbedingungen; Bergahorn wird als orthotropes Material mit neun unabhängigen Elastizitätsparametern abgebildet. Eine dreistufige Konvergenzstudie sichert die Netzunabhängigkeit der Ergebnisse, eine Sensitivitätsstudie quantifiziert, wie stark Unsicherheiten in den Materialparametern die berechneten Eigenfrequenzen verschieben, und damit die Robustheit der Simulation.

Die zweite Säule ist die experimentelle Modalanalyse mit Kontaktmessung. Durch Impulsanregung an einer definierten Position am Obersattel und die sequenzielle Erfassung der Schwingungsantwort in allen drei Raumrichtungen, der Sensor wird dafür jeweils umorientiert, entstehen Frequenzgangfunktionen hoher statistischer Qualität. Sie dienen als experimentelle Validierungsreferenz für die Simulation.

Die dritte Säule ist die kontaktlose Flächenmessung mit Scanning-Laser-Vibrometrie. An einem Scan-Grid aus 95 beziehungsweise 87 Messpunkten wird die schwingende Kopfplatte in Z-Richtung erfasst. Die so gewonnenen Modenformen erlauben einen qualitativen Vergleich mit den FEM-Modenformen und liefern eine räumliche Perspektive, die punktuelle Kontaktmessungen nicht bieten.

Alle Messungen finden am nackten Holzkörper statt, ohne Stimmmechaniken und Saitenzug. Diese Vereinfachung ist bewusst gewählt: Alle drei Säulen sollen in möglichst ähnlichem Zustand arbeiten. So lässt sich die reine Holzstruktur beider Köpfe am sterilsten vergleichen, und beobachtete Unterschiede lassen sich auf geometrische und materialbedingte Faktoren zurückführen.

1.4 Forschungsfrage

Aus der beschriebenen Problemstellung ergibt sich folgende übergeordnete Forschungsfrage: Inwiefern unterscheidet sich das modale Schwingungsverhalten des Flachkopfes vom Fensterkopf, und in welchem Ausmaß sind diese Unterschiede durch FEM-basierte Simulation vorherzusagen und durch experimentelle Messungen zu validieren? Folgende untergeordnete Teilfragen leiten sich davon ab:

1. Welche quantifizierbaren Unterschiede in Eigenfrequenzen und Modenformen zeigen sich zwischen Flach- und Fensterkopf, und lassen sich diese auf spezifische geometrische Unterschiede wie Querschnittsreduktion, Masseverteilung, Steifigkeitsprofil zurückführen?
2. In welchem Ausmaß vermag die FEM das reale modale Verhalten beider Konstruktionen abzubilden, und wie sensitiv sind die Simulationsergebnisse gegenüber Unsicherheiten in den Materialparametern?
3. Welche komplementären Erkenntnisse liefern die kontakt- und kontaktlosen Messungen gegenüber der FEM-Simulation, und wie kohärent sind die Ergebnisse aller drei Methoden?
4. Welche instrumentenbaulich relevanten Schlussfolgerungen könnten sich aus den strukturdynamischen Unterschieden beider Kopfkonstruktionen ableiten lassen?

1.5 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit gliedert sich in sieben Kapitel, die dem kombinierten numerisch-experimentellen Untersuchungsansatz folgen.

Kapitel 2 legt die theoretischen Grundlagen. Es beschreibt die strukturdynamischen Eigenschaften von Gitarrenköpfen, erläutert die Grundprinzipien der FEM und der EMA, führt in das Messprinzip der Scanning-Laser-Vibrometrie ein und stellt Holz als anisotropen Werkstoff vor. Den Abschluss bilden die verwendeten Validierungsmethoden, Eigenfrequenzvergleich, modal effektive Masse und Modal Assurance Criterion.

Kapitel 3 stellt die beiden Untersuchungsobjekte vor, beschreibt die geometrischen und strukturmechanischen Unterschiede zwischen Flach- und Fensterkopf und begründet die bewusst gewählten Vereinfachungen des Versuchsaufbaus.

Kapitel 4 beschreibt die vollständige Methodik aller drei Säulen: die numerische Simulation mit Konvergenz- und Sensitivitätsstudie, die Kontaktmessung mit dem Ono-Sokki-System und die kontaktlose Flächenmessung mit dem Polytec PSV-500. Es schließt mit der Validierungsstrategie und den Limitationen des Gesamtansatzes.

Kapitel 5 stellt die Ergebnisse aller drei Methoden strukturiert nebeneinander. Der abschließende Validierungsabschnitt führt alle Ergebnissätze zusammen und bewertet ihre Übereinstimmung.

Kapitel 6 interpretiert die Ergebnisse vor dem Hintergrund der Forschungsfrage, bewertet die drei Messmethoden kritisch und leitet instrumentenbaulich relevante Schlussfolgerungen ab.

Kapitel 7 fasst die zentralen Erkenntnisse zusammen, beantwortet die Forschungsfragen und gibt einen Ausblick auf weiterführende Untersuchungen, unter Einbeziehung von Stimmmechaniken, Saitenzug und mehrachsiger Vibrometrie.

2 Stand der Forschung und theoretische Grundlagen

2.1 Dynamik von Gitarrenhälsen

Das Schwingungsverhalten von Saiteninstrumenten ist seit mehreren Jahrzehnten Gegenstand akustischer und strukturdynamischer Forschung.¹ Der überwiegende Teil dieser Arbeiten konzentriert sich auf den Resonanzkörper, insbesondere auf Decke, Steg und Boden, da diese Bauteile den maßgeblichen Anteil an der akustischen Abstrahlung tragen.² Der Hals und der Kopf einer Gitarre wurden hingegen selten als isolierte Untersuchungsobjekte betrachtet, obwohl sie als strukturell integrierte Bauteile unmittelbar an der Schwingungsübertragung beteiligt sind und das Gesamtverhalten des Instruments mitbestimmen.

Das dynamische Verhalten jeder mechanischen Struktur lässt sich vollständig durch ihre modalen Eigenschaften beschreiben: Eigenfrequenzen, Modenformen und modale Dämpfungsgrade. Die Eigenfrequenzen bezeichnen jene diskreten Frequenzen, bei denen die ungedämpfte Struktur frei schwingt; sie folgen aus dem Eigenwertproblem und werden in der FEM berechnet. Unter realer, gedämpfter Anregung tritt Resonanz bei geringfügig tieferen Frequenzen auf ($f_d = f_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}$), die experimentell als Spektren-Peaks erfasst werden. Zu jeder Eigenfrequenz gehört eine charakteristische Modenform, die die räumliche Verteilung der Schwingungsamplituden und -phasen über die gesamte Struktur beschreibt. Der modale Dämpfungsgrad quantifiziert schließlich, wie schnell die Schwingungsenergie nach Abklingen der Anregung dissipiert wird. Diese drei Größen werden durch die Masseverteilung, die Steifigkeitsverteilung und die Dämpfungseigenschaften der Struktur vollständig bestimmt, jede Änderung an Geometrie, Material oder Randbedingungen wirkt sich direkt auf sie aus.

Bissinger hat am Beispiel von Streichinstrumenten gezeigt, dass lokale Massekonzentrationen und Steifigkeitsänderungen selbst in strukturell untergeordneten Bereichen eines Instruments die Gesamtdynamik beeinflussen können.³ Curtu und andere führten Modalanalysen an verschiedenen Gitarrenkorpora durch und konnten zeigen, dass geometrische Unterschiede messbare Verschiebungen in den Eigenfrequenzen erzeugen.⁴ Im Kontext des Gitarrenbaus hat French die baulichen Unterschiede zwischen Flachkopf und Fensterkopf lediglich beschrieben, und dass ein größerer Kopfwinkel für stärkere Saitenauflagekräfte Sorge. Diese Konsequenz sei beim Fensterkopf stärker ausgeprägt.⁵

¹ Evaggelos Kaselouris u. a.: *A Review of Finite Element Studies in String Musical Instruments*, in: *Acoustics*, Jg. 4 Nr. 1 (2022), S. 183–202.

² Alexandre M. Löw; Herbert M. Gomes und César M. A. Vasques: *Concise Review of Classical Guitar Modelling Technologies*, in: *The 2nd International Electronic Conference on Applied Sciences*, Engineering Proceedings Nr. 11 (2021), Art.-Nr.25, S.9.

³ George Bissinger: *Modal analysis of a violin octet*, Greenville 2003, S.4.

⁴ Ioan Curtu u. a.: *Modal Analysis of Different Types of Classical Guitar Bodies*, Prag 2009, S.34.

⁵ Richard Mark French: *Acoustic Guitar Design*, Cham 2022, S.172-174.

Über den Saitenwinkel am Steg und die Saitenauflagekräfte schrieben unter anderem auch bekannte Autoren wie Gore und Gilet in: *Contemporary Acoustic Guitar Design and Build* V.1 & 2 und Carruth in: *The Effect of Bridge Break Angle on Guitar Tone*.^{6 7}

Für den Gitarrenkopf als isoliertes Untersuchungsobjekt fehlen in der Literatur vergleichende Studien, die die Kopfkonstruktion als unabhängige Variable systematisch untersuchen. Dies gilt insbesondere für den direkten Vergleich von Flachkopf und Fensterkopf. Die vorliegende Arbeit adressiert diese Lücke durch einen methodisch triangulierten Ansatz, der numerische Simulation und zwei experimentelle Verfahren kombiniert.

2.2 Finite-Elemente-Methode

2.2.1 Grundprinzip und Diskretisierung

Die Finite-Elemente-Methode, kurz FEM, ist ein numerisches Verfahren zur näherungsweisen Lösung partieller Differentialgleichungen, die physikalische Feldprobleme, darunter Spannungs-, Wärme- und Schwingungsanalysen, in kontinuierlichen Körpern beschreiben. Das Grundprinzip besteht in der Diskretisierung eines geometrisch kontinuierlichen Körpers in eine endliche Anzahl einfacher Teilbereiche, sogenannte finite Elemente, die an gemeinsamen Knotenpunkten miteinander verbunden sind.⁸ Innerhalb jedes Elements wird das unbekannte Verschiebungsfeld durch Ansatzfunktionen, auch bekannt als *shape functions*, approximiert, deren Koeffizienten den gesuchten Knotenverschiebungen entsprechen. Das globale Gleichungssystem entsteht durch Assemblierung aller Elementbeiträge über das Prinzip der virtuellen Arbeit und wird numerisch gelöst.⁹

Die mathematische Grundlage der FEM bildet das Variationsprinzip nach Ritz-Galerkin: Das physikalische Problem wird in eine schwache Integralformulierung überführt, die an die Ansatzfunktionen des Elementansatzes angepasst wird. Diese Formulierung ist schwächer in ihren Stetigkeitsanforderungen als die starke Differentialgleichungsform und ermöglicht damit die Behandlung von Geometrien und Randbedingungen, die analytisch nicht zugänglich sind.¹⁰ Das resultierende algebraische Gleichungssystem liefert die gesuchten Feldgrößen, in der Strukturmechanik die Knotenverschiebungen, als näherungsweise Lösung des zugrundeliegenden kontinuierlichen Problems.

⁶ Trevor Gore und Gerard Gilet: *Contemporary Acoustic Guitar Design and Build*, in: Terrey Hills 2016, Bd.Vols 1 and 2.

⁷ Alan Carruth: *The Unofficial Martin Guitar Forum-Break Angle Range*, online unter: <https://umgf.com/break-angle-range-t95439-s10.html> (abgerufen am: 21.6.2026).

⁸ O. C. Zienkiewicz; Robert L. Taylor und David Fox: *The finite element method for solid and structural mechanics*, 7th ed, Amsterdam ; Boston 2014, S.21.

⁹ Klaus-Jürgen Bathe (Hrsg.): *Finite Element Procedures*, 2nd edition, Watertown, MA 2014, S.153-156.

¹⁰ Zienkiewicz; Taylor und Fox 2014, S.21.

Die Genauigkeit der FEM-Lösung hängt maßgeblich von der Wahl der Elementtypen, der Feinheit der Vernetzung, *mesh density* und der Qualität der Materialmodellierung ab. Mit zunehmender Verfeinerung des Elementnetzes konvergiert die numerische Lösung gegen die exakte analytische Lösung des zugrundeliegenden Problems, ein Sachverhalt, der als h-Konvergenz bezeichnet wird und die Notwendigkeit einer systematischen Konvergenzstudie begründet. Alternativ kann die Konvergenz durch Erhöhung des Polynomgrads der Ansatzfunktionen, p-Konvergenz, erreicht werden; in der Praxis wird häufig eine Kombination beider Ansätze verfolgt.¹¹

2.2.2 Modalanalyse und Eigenwertproblem

Für die Modalanalyse einer ungedämpften mechanischen Struktur ergibt sich aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit unter dem Ansatz einer harmonischen Bewegung $u(t) = \varphi \cdot e^{(i\omega t)}$ die Bewegungsgleichung in Matrixform: $(K - \omega^2 M) \cdot \varphi = 0$

Dabei bezeichnet K die globale Steifigkeitsmatrix, M die globale Massenmatrix, ω die Kreisfrequenz der Schwingung und φ den zugehörigen Eigenvektor, der die räumliche Modenform beschreibt. Diese Gleichung stellt ein verallgemeinertes Eigenwertproblem dar, das für ein System mit n Freiheitsgraden genau n Lösungspaare (ω_i^2, φ_i) besitzt. Jedes Lösungspaar entspricht einer Eigenmode des Systems: Die Eigenkreisfrequenz ω_i bestimmt die Resonanzfrequenz $f_i = \omega_i / (2\pi)$, und der Eigenvektor φ_i beschreibt die zugehörige Modenform. Die Eigenvektoren einer ungedämpften Struktur sind bezüglich der Massen- und Steifigkeitsmatrix orthogonal: $\varphi_i^T \cdot M \cdot \varphi_j = 0$ und $\varphi_i^T \cdot K \cdot \varphi_j = 0$ für $i \neq j$. Diese Orthogonalitätseigenschaft ist die mathematische Grundlage des Modal Assurance Criterion und erlaubt die Entkopplung des n -dimensionalen gekoppelten Systems in n unabhängige Einfreiheitsgrad-Systeme, die Basis der modalen Superposition.¹²

Für große Finite-Elemente-Modelle mit mehreren tausend, bis Millionen Freiheitsgraden ist die direkte Lösung des vollständigen Eigenwertproblems rechenaufwendig. In der Praxis werden daher iterative Unterraum-Verfahren, insbesondere das Lanczos-Verfahren und das Subspace-Iteration-Verfahren, eingesetzt, die nur die niederfrequentesten Eigenmoden berechnen, welche für die meisten Anwendungen akustisch und strukturmechanisch relevant sind.¹³ In der vorliegenden Arbeit werden für beide Kopfkonstruktionen jeweils die ersten 20 Eigenmoden berechnet, was den akustisch relevanten Frequenzbereich bis 2500 Hz vollständig abdeckt.

¹¹ Robert D. Cook; D. S. Malkus und M. E. Plesha (Hrsgg.): *Concepts and applications of finite element analysis*, 4. ed, New York, NY 2002, S. 241, S.281-283.

¹² Bathe (Hrsg.) 2014, S.785-788.

¹³ Ebd. S.945, 964

2.2.3 Konvergenzstudie und Netzunabhängigkeit

Ein zentrales Qualitätsmerkmal jeder FEM-Analyse ist die Netzunabhängigkeit der Ergebnisse. Da die Diskretisierung des kontinuierlichen Körpers stets eine Approximation darstellt, beeinflussen Elementgröße und Elementtyp die berechneten Eigenfrequenzen und Modenformen. Zu grobe Netze führen zu einer Überschätzung der Struktursteifigkeit: Die kinematischen Beschränkungen der Elementansatzfunktionen verhindern eine vollständige Erfassung der realen Deformationsfreiheitsgrade, was den Körper künstlich steifer erscheinen lässt als er physikalisch ist, ein als *shear locking* oder allgemein als kinematische Einschränkung bezeichnetes Phänomen bei linearen Elementen.¹⁴ Elemente zweiter Ordnung, quadratische Ansatzfunktionen, sind gegenüber linearen Elementen deutlich weniger anfällig für dieses Problem und konvergieren bei gleicher Elementanzahl schneller gegen den exakten Wert.¹⁵

Pisarciuc und andere haben in einer systematischen Studie an komplexen Holzkörpern gezeigt, dass die Netzdichte einen signifikanten Einfluss auf die berechneten Eigenfrequenzen hat und dass erst ab einer kritischen Elementgröße, die von der geometrischen Komplexität und der Modenordnung abhängt, Netzunabhängigkeit erreicht wird.¹⁶ Ihre Ergebnisse unterstreichen, dass eine Konvergenzstudie für jede neue Geometrie individuell durchgeführt werden muss und nicht auf Erfahrungswerten aus anderen Geometrien pauschal übertragen werden kann.

In der vorliegenden Arbeit wird eine dreistufige Konvergenzuntersuchung mit grober ca. 8 mm, mittlerer ca. 4 mm und feiner ca. 2 mm Vernetzung durchgeführt. Als Konvergenzkriterium gilt eine Änderung der berechneten Eigenfrequenzen von weniger als einem Prozent zwischen zwei aufeinanderfolgenden Netzstufen, ein in der Modalanalyse-Literatur verbreitetes und praktikables Kriterium. An geometrisch komplexen Bereichen, insbesondere an den Fenster Flanken des Fensterkopfes, an der Volute und am Kopf-Hals-Übergang, wird eine lokale Netzverfeinerung vorgenommen, um Spannungskonzentrationen und geometrische Krümmungen korrekt aufzulösen, ohne das gesamte Netz auf die feinste Stufe anheben zu müssen.¹⁷

¹⁴ Ebd. S.282.

¹⁵ Anna Karpik; Francesco Cosco und Domenico Mundo: *Higher-Order Hexahedral Finite Elements for Structural Dynamics: A Comparative Review*, in: *Machines*, Jg. 11 Nr. 3 (2023), Art.-Nr.326, S.2-8.

¹⁶ Cristian Pisarciuc; Ioan Dan und Romeo Cioară: *The Influence of Mesh Density on the Results Obtained by Finite Element Analysis of Complex Bodies*, in: *Materials*, Jg. 16 (2023), Art.-Nr.2555, S.1-3.

¹⁷ Karpik; Cosco und Mundo 2023, S.2-8.

2.2.4 Sensitivitätsanalyse von Materialparametern

Da die mechanischen Eigenschaften von Holz natürlichen Schwankungen unterliegen und aus der Literatur entnommene Kennwerte nur Näherungen darstellen, wird ergänzend eine Sensitivitätsstudie durchgeführt. Das verwendete Verfahren ist die One-Factor-At-A-Time-Methode, OFAT: Jeder Parameter wird einzeln in einem definierten Bereich variiert, während alle übrigen auf ihrem Nominalwert gehalten werden. Dieses Vorgehen erlaubt eine isolierte Quantifizierung des numerischen Einflusses jedes einzelnen Parameters auf die Zielgröße, hier die berechneten Eigenfrequenzen, ohne die kombinatorische Komplexität eines vollständigen Faktorenplans.¹⁸

Die OFAT-Methode hat den Vorteil der einfachen Interpretierbarkeit und des geringen Rechenaufwands, erfasst jedoch keine Wechselwirkungseffekte zwischen Parametern. Für den vorliegenden Anwendungsfall, die Quantifizierung des isolierten numerischen Einflusses einzelner Materialparameter auf Eigenfrequenzen in einem linearen FEM-Modell, ist sie methodisch ausreichend und in der Ingenieurspraxis weit verbreitet. Die Ergebnisse dieser Studie erlauben eine Einschätzung, welche Materialparameter die größte Sensitivität aufweisen, und liefern eine quantitative Abschätzung des Toleranzbandes, innerhalb dessen Abweichungen zwischen Simulation und Experiment durch Materialunsicherheiten erklärt werden können.

2.3 Experimentelle Modalanalyse

2.3.1 Grundprinzip und Systemidentifikation

Die experimentelle Modalanalyse, abgekürzt EMA, dient der empirischen Bestimmung der modalen Eigenschaften einer realen Struktur aus gemessenen Eingangs-Ausgangs-Beziehungen im Frequenzbereich. Das zugrunde liegende Messprinzip basiert auf dem linearen Systemgedanken: Eine definierte Anregungskraft wird an einem oder mehreren Punkten in die Struktur eingeleitet, und die resultierende Schwingungsantwort wird an einem oder mehreren Messpunkten erfasst. Aus dem Quotienten von Ausgangs- zu Eingangssignal im Frequenzbereich ergibt sich die Frequenzgangfunktion, kurz: FRF, *Frequency Response Function*. Sie beschreibt das vollständig lineare, zeitinvariante Übertragungsverhalten der Struktur und stellt konkret das Verhältnis des Ausgangssignals, des Vibrometers oder Beschleunigungsaufnehmers zum Eingangssignal des Kraftsensors des Hammers dar.¹⁹

¹⁸ Andrea Saltelli (Hrsg.): *Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models*, Reprinted, Chichester/Weinheim 2007, S.49.

¹⁹ Peter Avitabile: *Experimental Modal Analysis - A Simple Non-Mathematical Presentation*, in: *Sound and Vibration*, (2001), S.1.

Die FRF weist an den Stellen der Eigenfrequenzen charakteristische Resonanzpeaks auf. Im Amplitudengang erscheinen diese als lokale Maxima, im Phasengang als Phasensprünge von annähernd 180° . Diese Phasenverschiebung gibt Aufschluss über das Zeitverhalten der Strukturresonanzen und ist essenziell für die Identifikation der Eigenformen. Durch modale Kurvenanpassung, auch bekannt als *curve fitting*, an eine hinreichende Anzahl von FRFs lassen sich Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Modenformen der Struktur extrahieren. Ewins beschreibt in seinem Standardwerk die theoretischen und praktischen Anforderungen an dieses Verfahren ausführlich und unterscheidet dabei zwischen SDOF-Methoden, *Single Degree of Freedom*, die für gut separierte Moden geeignet sind, und MDOF-Methoden, *Multiple Degree of Freedom*, die für dicht liegende oder gekoppelte Moden erforderlich sind.²⁰ Spezifische messtechnische Einflüsse, wie das Signal-Rausch-Verhältnis und Fensterungsfehler bei der experimentellen FRF-Ermittlung mittels Impulsanregung, werden von Trethewey und Cafeo eingehend analysiert.²¹

2.3.2 Anregung und Messkette

In der vorliegenden Arbeit erfolgt die Anregung durch einen Impuls-Krafthammer, *impact hammer*, der mit einem eingebauten piezoelektrischen Kraftsensor die tatsächlich eingebrachte Kraft misst. Der Impulshammer eignet sich besonders für Strukturen, bei denen eine Daueranregung durch Shaker nicht praktikabel ist, da er keine mechanische Ankopplung an die Struktur erfordert und innerhalb kürzester Zeit ein breitbandiges Anregungsspektrum erzeugt.²² Die Anregung wird als Pendelimpuls realisiert, um reproduzierbare, definierte Anregungsbedingungen zu gewährleisten und Doppelimpulse, auch bekannt als *double hits*, zu vermeiden, die das Kraftspektrum mit periodischen Einbrüchen, dem Kammfiltereffekt überlagern und die FRF-Schätzung verfälschen würden. Die Härte der Hammerspitze bestimmt dabei die Impulsdauer und damit die obere Grenzfrequenz des eingebrachten Spektrums: Weichere Spitzen erzeugen längere Impulse mit schmalbandigem Spektrum, härtere Spitzen breitbandigere Anregung bei höheren Frequenzen.²³

Die Schwingungsantwort wird durch piezoelektrische Beschleunigungsaufnehmer, *accelerometer*, erfasst, die mit Bienenwachs temporär auf der Bauteiloberfläche befestigt werden. Die Wahl des Befestigungsverfahrens ist messtechnisch relevant: Schraubmontage bietet die höchste Resonanzfrequenz des Aufnehmeranbaus, ist an Holzoberflächen jedoch

²⁰ D. J. Ewins: *Modal testing: theory, practice, and application*, in: Jg. 13 Nr. 2 (2000), S. 45-48, S.205-226.

²¹ M. W. Trethewey und J. A. Cafeo: *Signal Processing Aspects of Structural Impact Testing*, in: *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Jg. 7 Nr. 2 (1992), S. 129–149.

²² Ebd., S. 129-132.

²³ Ebd., S.132-136.

destruktiv; Bienenwachs stellt einen etablierten Kompromiss aus ausreichender Ankopplungssteifigkeit und rückstandsfreier Demontierbarkeit dar, dessen Übertragungsverhalten bis zu Frequenzen von mehreren Kilohertz als ausreichend gilt.²⁴ Ein zentrales messtechnisches Problem der Kontaktmessung ist die sogenannte Massenanlagerung, auch bekannt als *mass loading*: Zu schwere oder zu steif montierte Aufnehmer verändern die lokale Masseverteilung der Struktur und verschieben damit die Eigenfrequenzen zu tieferen Werten. Leichte Miniaturaufnehmer und Bienenwachsbefestigung reduzieren diesen Effekt auf ein vernachlässigbares Maß, können ihn jedoch bei leichten Strukturen nicht vollständig eliminieren.²⁵

Die Datenerfassung und Signalverarbeitung erfolgt mit dem Zweikanal-FFT-Analysator Ono Sokki CF-7200. Als FRF-Schätzer wird der H1-Schätzer verwendet, der das Kreuzspektrum zwischen Kraft- und Antwortsignal durch das Autospektrum des Kraftsignals dividiert und damit am besten geeignet ist, wenn, wie bei Impulsanregung, das Ausgangsrauschen dominiert.²⁶ Je Anregungsort werden zehn Einzelanschlüsse gemittelt, um zufällige Messfehler zu reduzieren und einen hohen Signal-Rausch-Abstand sicherzustellen.

Der H1-Schätzer mittelt nicht die fertigen Frequenzgänge, sondern die zugrunde liegenden Auto- und Kreuzleistungsspektren und bildet erst daraus den Quotient G_{xy}^-/G_{xx}^- .²⁷

$$H_{1(f)} = \frac{\overline{(G)(xy)}}{\overline{(G)(xx)}}$$

Dadurch wird unkorreliertes Rauschen auf dem Antwortsignal unterdrückt, während eine einfache Mittelung der Einzel-FRFs dieses Rauschen, besonders in der Phase bei niedriger Kohärenz, nicht entfernen kann.

2.3.3 Kohärenzfunktion und Messqualität

Die Qualität jeder EMA-Messung wird über die Kohärenzfunktion $\gamma^2(f)$ bewertet. Sie ist definiert als das normierte Betragsquadrat des komplexen Kreuzspektrums zwischen Anregungs- und Antwortsignal, bezogen auf das Produkt der zugehörigen Autospektren, und nimmt Werte zwischen null und eins an. $\gamma^2(f) = |S_{xy}(f)|^2 / (S_{xx}(f) \cdot S_{yy}(f))$ Ein Kohärenzwert nahe eins zeigt an, dass die gemessene Schwingungsantwort kausal und linear auf die eingebrachte Anregungskraft zurückzuführen ist, ein notwendiges Kriterium für die statistische Gültigkeit

²⁴ A.B. Stanbridge und D.J. Ewins: *Modal Testing Using A Scanning Laser Doppler Vibrometer*, in: *Mechanical Systems and Signal Processing*, Jg. 13 Nr. 2 (1999), S. 258-260.

²⁵ Ewins 2000, S.315-318.

²⁶ Julius S. Bendat und Allan G. Piersol: *Random Data: Analysis And Measurement Procedures*, New York, NY 2010, S.367.

²⁷ Ebd. S.367-370.

der FRF-Schätzung.²⁸ Kohärenzeinbrüche treten typischerweise bei Antiresonanzen auf, wo die Systemantwort sehr klein und damit empfindlich gegenüber additivem Messrauschen ist, sowie in Frequenzbereichen mit unzureichender Anregungsenergie. Diese physikalisch bedingten Einbrüche sind methodisch unbedenklich und beeinträchtigen die Modenidentifikation nicht, solange die Resonanzpeaks selbst von ihnen unberührt bleiben.²⁹

2.3.4 Holzbauteile und EMA

Für die Anwendung der EMA an Holzbauteilen sind mehrere spezifische Gesichtspunkte zu beachten. Holz reagiert empfindlich auf Änderungen in Umgebungsfeuchte und Temperatur: Bereits eine Änderung des Holzfeuchtegehalts um wenige Prozent kann den Elastizitätsmodul und damit die Eigenfrequenzen messbar verändern.³⁰ Alle Messungen sollten daher unter möglichst konstanten klimatischen Bedingungen und innerhalb eines kurzen Zeitfensters durchgeführt werden. Darüber hinaus ist die Lagerung des Bauteils so zu wählen, dass die Starrkörpermoden des frei-freien Systems deutlich unterhalb der ersten elastischen Eigenfrequenz liegen und das Messergebnis nicht beeinflussen. In der Praxis wird hierfür der Halsfuß mit zwei M6 Schrauben an den Unterstock verschraubt. Wie im fertigen Zustand, nur dass die Zargen, die Decke und der Boden zusätzlich den Korpus schließen.

2.4 Scanning-Laser-Vibrometrie

2.4.1 Messprinzip

Die Laser-Doppler-Vibrometrie, kurz LDV, ist ein berührungsloses optisches Messverfahren zur Erfassung von Oberflächenschwingungen. Das physikalische Messprinzip basiert auf dem Doppler-Effekt: Ein kohärenter Laserstrahl wird auf die schwingende Oberfläche gerichtet und an ihr reflektiert. Bewegt sich die Oberfläche mit der momentanen Schnelle v in Richtung des Laserstrahls, so verschiebt sich die Frequenz des reflektierten Lichts gegenüber dem einfallenden Licht um den Betrag $\Delta f = 2v/\lambda$, wobei λ die Wellenlänge des Laserlichts ist.³¹ Durch Interferometrie mit einem internen Referenzstrahl wird diese Frequenzverschiebung in ein elektrisches Signal umgewandelt, das direkt proportional zur Schwingschnelle der Oberfläche in Laserstrahlrichtung ist. Integration des Schnellesignals liefert die Schwingungsauslenkung, Differentiation die Schwingungsbeschleunigung, alle drei Größen sind damit aus einer einzigen optischen Messung zugänglich. Die Scanning-Laser-Vibrometrie,

²⁸ Ebd. S.372.

²⁹ Stanbridge und Ewins 1999. S.260-262.

³⁰ Hauke Jeske und Dietger Grosser: *Das Holz des Bergahorns – Eigenschaften und Verwendung*, Freising 2009. S.55-61

³¹ P. Castellini; M. Martarelli und E.P. Tomasini: *Laser Doppler Vibrometry: Development of advanced solutions answering to technology's needs*, in: *Mechanical Systems and Signal Processing*, Jg. 20 Nr. 6 (2006), Abschn. 3.1 "Modal and vibrational analysis", S. 1267-1268.

kurz SLV, erweitert dieses Prinzip, indem ein galvanometrisch gesteuertes Spiegelsystem den Laserstrahl automatisch und sequenziell über ein vorher definiertes Raster von Messpunkten führt. An jedem Punkt wird die Schwingungsantwort für eine definierte Anzahl von Anregungsimpulsen gemessen und gemittelt. Das Ergebnis ist ein vollständiges, räumlich aufgelöstes Schwingungsfeld der Bauteiloberfläche, ohne physischen Kontakt mit der Struktur. Stanbridge und Ewins haben die Grundlagen der modalen Analyse mittels Scanning-LDV systematisch dargelegt und gezeigt, dass bei ausreichender räumlicher Auflösung des Scan-Grids die Modenformen mit einer Qualität rekonstruierbar sind, die derjenigen der klassischen Kontaktmessung entspricht oder diese übertrifft.³²

2.4.2 Vorteile gegenüber Kontaktmessung

Gegenüber der klassischen EMA mit Kontaktaufnehmern bietet die Scanning-Laser-Vibrometrie mehrere wesentliche Vorteile. Erstens entfällt jede Massenanlagerung durch Aufnehmer, da die Messung vollständig kontaktlos erfolgt, ein besonders relevanter Vorteil bei leichten Holzbauteilen, bei denen aufgeklebte Aufnehmer das dynamische Verhalten nennenswert beeinflussen können.³³ Zweitens ermöglicht das automatische Scanning eine sehr hohe räumliche Auflösung mit einer Vielzahl von Messpunkten, ohne proportionalen Anstieg des manuellen Messaufwands. Stanbridge und Ewins haben gezeigt, dass diese hohe Punktdichte eine deutlich zuverlässigere Modenformrekonstruktion und damit höhere MAC-Werte in der Validierung ermöglicht als eine vergleichbare Kontaktmessung mit wenigen diskreten Punkten.³⁴ Drittens erlaubt die flächenhafte Erfassung des Schwingungsfeldes die direkte Visualisierung vollständiger Modenformen als animierte Schwingungsbilder, eine Darstellungsform, die für den intuitiven Vergleich von FEM-Modenformen und gemessenen Modenformen von unmittelbarem praktischen Wert ist.

2.4.3 Einschränkung und Limitationen

Die Scanning-Laser-Vibrometrie unterliegt charakteristischen Einschränkungen, die bei der Interpretation der Ergebnisse zu berücksichtigen sind. Die wichtigste ist die Einachsigkeit der Messung: Ein Standard-Scanning-Kopf erfasst ausschließlich die Schwingungskomponente in Richtung des Laserstrahls, in der Regel die zur Oberfläche senkrechte Komponente, in diesem Fall die Z-Richtung. Schwingungsanteile in der Ebene der Oberflächen in X- und Y-Richtung bleiben damit unerfasst, sodass Modenformen mit überwiegend ebener Schwingungskomponente durch die SLV nicht oder nur unvollständig abgebildet werden.³⁵

³² Stanbridge und Ewins 1999. S.258-260.

³³ Castellini; Martarelli und Tomasini 2006. S.1268.

³⁴ Stanbridge und Ewins 1999. S.265-267.

³⁵ Castellini; Martarelli und Tomasini 2006. S.1273-1277.

Diese Einschränkung ist für die vorliegende Untersuchung relevant, da Biegemoden in der Kopfebene (B_{xy}) und Torsionsmoden mit starken In-plane-Anteilen durch die SLV nur eingeschränkt sichtbar werden.

Darüber hinaus erfordert die SLV eine geeignete Oberflächenbeschaffenheit: Hochglänzende oder transparente Oberflächen können den Laserstrahl so stark spiegeln oder transmittieren, dass kein auswertbares Rückstreusignal entsteht; in solchen Fällen ist eine Behandlung der Oberfläche mit mattierenden Streupulvern oder -sprays erforderlich.³⁶ Bei naturbelassenem Holz ist dieser Eingriff typischerweise nicht notwendig, da die raue Zelluloseoberflächenstruktur eine ausreichend diffuse Rückstreuung erzeugt. Schließlich ist die Messgenauigkeit von der Qualität des Kraft-Eingangs-Spektrums abhängig: Unzureichende Anregungsenergie in bestimmten Frequenzbereichen führt zu niedrigen Kohärenzwerten und damit zu unsicheren FRF-Schätzungen in diesen Bereichen, ein Sachverhalt, der durch geeignete Wahl der Hammerspitze und des Anregungsorts gezielt minimiert werden kann.³⁷

2.4.4 Polytec PSV-500

Das System besteht aus einem optischen Scankopf mit integriertem Heterodyn-Interferometer und galvanometrisch gesteuertem Scanspiegel, einer Steuer- und Datenerfassungseinheit sowie der zugehörigen PSV-Software zur Steuerung, Auswertung und Visualisierung. Die Steuerung des Scan-Grids, die Mittelung der Einzelmessungen, die FFT-Berechnung und die Kohärenzauswertung erfolgen vollständig in der PSV-Software.³⁸ Die Visualisierung der Modenformen als animierte Schwingungsbilder ist ein zentrales Ausgabeformat des Systems und bildet die Grundlage für den qualitativen Modenformvergleich mit den FEM-Ergebnissen. Das PSV-500 gehört zur dritten Generation kommerzieller Scanning-Vibrometer und setzt das von Castellini und andere beschriebene Messprinzip in einem vollständig integrierten, softwaregesteuerten System um.

2.5 Werkstoffkunde, Orthotropie, Materialmodell

2.5.1 Werkstoffkunde Holz

Holz ist ein natürlicher, biologisch gewachsener Werkstoff mit einer charakteristischen hierarchischen Mikrostruktur. Sie besteht aus Zellwänden, Zellhohlräumen und einem komplexen Gefüge aus Zellulose, Hemizellulose und Lignin. Diese Struktur bedingt eine ausgeprägte Richtungsabhängigkeit der mechanischen Eigenschaften: Holz ist kein isotroper Werkstoff, seine Steifigkeit, Festigkeit und sein Schwingungsverhalten hängen stark von der

³⁶ Ebd. S.1273-1277.

³⁷ Ewins 2000. S.335-340.

³⁸ Polytec: *PSV-500 Scanning Vibrometer, Datasheet*.

Richtung relativ zur Faserstruktur ab. Im mechanischen Sinne wird Holz als orthotropes Material behandelt. Orthotropie bedeutet, dass das Material in drei zueinander senkrechten Symmetrieebenen unterschiedliche, aber innerhalb jeder Ebene richtungsunabhängige Eigenschaften aufweist. Für Holz werden diese drei Symmetrieachsen als Longitudinalrichtung (L) parallel zur Faserrichtung, Radialrichtung (R) senkrecht zu den Jahrringen und Tangentialrichtung (T) tangential zu den Jahrringen definiert.³⁹

2.5.2 Orthotropes Materialmodell

Die vollständige Beschreibung des elastischen Verhaltens eines orthotropen Materials erfordert neun unabhängige Materialparameter: drei Elastizitätsmoduln E_L , E_R , E_T in den Hauptachsenrichtungen, drei Schubmoduln G_{LR} , G_{LT} , G_{RT} für die drei Schnittebenen sowie drei Querdehnzahlen ν_{LR} , ν_{LT} , ν_{RT} .⁴⁰ Diese Parameter bilden die Einträge der symmetrischen Steifigkeitsmatrix, nach dem Konstitutivgesetz, welches den Zusammenhang zwischen Spannungs- und Verzerrungstensor in der Finite-Elemente-Methode festlegt.⁴¹ Hinzu kommt die Rohdichte ρ als masserelevante Größe.

Der Elastizitätsmodul in Longitudinalrichtung E_L liegt bei Laubhölzern typischerweise um eine Größenordnung über dem in Radial- oder Tangentialrichtung. Diese ausgeprägte mechanische Anisotropie hat unmittelbare Konsequenzen für die FEM-Modellierung: Die Ausrichtung des Materialkoordinatensystems relativ zur Bauteilgeometrie beeinflusst die berechneten Steifigkeiten und damit die Eigenfrequenzen erheblich. Eine korrekte Parametrierung der Materialachsen ist daher für die Validität der Simulation entscheidend.

2.5.3 Bergahorn als Untersuchungsmaterial

In der vorliegenden Arbeit wird Bergahorn, *Acer pseudoplatanus*, als Untersuchungsmaterial verwendet. Bergahorn ist im Gitarrenbau ein etablierter Werkstoff für Hals- und Kopfkonstruktionen: Er vereint gute Bearbeitbarkeit, ausreichende Festigkeit, eine attraktive Maserung und eine im Vergleich zu anderen Laubhölzern verhältnismäßig geringe Dämpfung, was ihn akustisch günstig macht.

Die für die FEM-Simulation verwendeten orthotropen Materialparameter orientieren sich an publizierten Literaturwerten für getrocknetes Ahornholz bei ca. 12 % Holzfeuchte. Nach DIN EN350/DIN68364 wird für *Acer pseudoplatanus* ein Mittelwert von rund 620 bis 650 kg/m³ angegeben.⁴²

³⁹ József Bodig und Benjamin A. Jayne: *Mechanics of Wood and Wood Composites*, New York 1982. S.150.

⁴⁰ Cook; Malkus und Plesha (Hrsgg.) 2002. S.302-305.

⁴¹ Zienkiewicz; Taylor und Fox 2014. S.382.

⁴² Hauke Jeske und Dietger Grosser: *Das Holz des Bergahorns – Eigenschaften und Verwendung*. S.57-58.

Die Rohdichte der verwendeten Hälse wurde gravimetrisch zu $639,0 \text{ kg/m}^3$ bestimmt und liegt damit im oberen Bereich der für *Acer pseudoplatanus* berichteten Werte. Für die FEM-Simulation wurde ein erhöhter Wert von $653,8 \text{ kg/m}^3$ angesetzt. Begründung der methodischen Auswirkungen siehe Abschnitt 4.2.2. Da Holzeigenschaften chargenabhängig variieren und von Trocknungsgrad, Jahrringdichte und lokaler Faserausrichtung beeinflusst werden, stellen die Materialparameter eine der zentralen Unsicherheitsquellen im Simulationsmodell dar. Die in Abschnitt 2.2.4 beschriebene Sensitivitätsstudie quantifiziert diesen Einfluss und erlaubt eine fundierte Einschätzung der Robustheit der Simulationsergebnisse. Die Rohdichte liegt nach Literatur bei $530 - 790 \text{ kg/m}^3$ bei 12 % Holzfeuchte; der am Untersuchungsmaterial bestimmte Wert wird in Abschnitt 3.1 angegeben.⁴³

Der Longitudinalelastizitätsmodul E_L liegt für Bergahorn typischerweise zwischen 9 000 und 12 500 MPa, der Radialmodul E_R und der Tangentialmodul E_T liegen um eine Größenordnung darunter, eine Anisotropie, die das orthotrope Materialverhalten von Holz grundlegend bestimmt.⁴⁴

Für die vorliegende Untersuchung wurde die Rohdichte des verwendeten Holzmaterials nicht aus der Literatur übernommen, sondern direkt am konkreten Untersuchungsmaterial bestimmt. Dazu wurde ein Rohling aus derselben Holzcharge, aus der beide Hälse gefertigt wurden, gravimetrisch und geometrisch vermessen.

Die ermittelte Rohdichte beträgt $639,0 \text{ kg/m}^3$ und liegt damit im Bereich der für Bergahorn dokumentierten Streubreite. Da beide Hälse aus demselben Chargenlos gefertigt wurden, kann diese Dichte als repräsentativ für beide Untersuchungsobjekte angesetzt werden. Der Wert $653,8 \text{ kg/m}^3$ geht als primäre Eingangsgröße in die FEM-Materialparametrierung ein (vgl. Abschnitt 4.2.2) und ersetzt dort die andernfalls notwendige, unsicherheitsbehaftete Übernahme eines Literaturmittelwerts. Für die akustische Eignung eines Holzes sind neben der Rohdichte insbesondere die spezifische Steifigkeit, das Verhältnis von Elastizitätsmodul zu Rohdichte, sowie der interne Dämpfungskoeffizient ($\tan \delta$) maßgebend. Bergahorn zeichnet sich gegenüber anderen Laubhölzern durch eine geringe interne Dämpfung aus, was zu längeren Nachklingzeiten und einer helleren Klangcharakteristik beiträgt. Bucur dokumentiert in ihrer vergleichenden Analyse von Instrumentenbauholzarten, dass Bergahorn in Bezug auf Masse-Steifigkeit-Verhältnis gut abschneidet, weshalb er im Instrumentenbau primär für Hals-, Boden- und Zargenkonstruktionen, eingesetzt wird.⁴⁵

⁴³ Florin Dinulica; Adriana Savin und Mariana Domnica Stanciu: *Physical and Acoustical Properties of Wavy Grain Sycamore Maple (Acer pseudoplatanus L.) Used for Musical Instruments*, in: *Forests*, Jg. 14 Nr. 2 (2023), Art.-Nr.197. S.3-11.

⁴⁴ Robert J Ross: *Wood Handbook, Wood as an Engineering Material*, Madison 2010, S. 5-1.

⁴⁵ Voichita Bucur: *Acoustics of Wood*, Berlin 2006. S.1-16.

2.6 Validierungsmethoden

2.6.1 Eigenfrequenzvergleich

Die einfachste und unmittelbarste Methode zur Bewertung der Übereinstimmung zwischen simulierten und gemessenen Ergebnissen ist der direkte Eigenfrequenzvergleich. Dabei werden die numerisch berechneten Eigenfrequenzen den experimentell identifizierten Eigenfrequenzen gegenübergestellt und die prozentualen Abweichungen dokumentiert. Dieser Vergleich setzt voraus, dass die Modenpaare korrekt einander zugeordnet sind, eine Aufgabe, die bei dicht liegenden Eigenfrequenzen oder geometrisch ähnlichen Modenformen nicht trivial ist und durch die MAC-Analyse abgesichert werden muss.

Als Qualitätskriterium für FEM-Modalanalysen an Holzbauteilen hat sich in der Literatur eine mittlere Eigenfrequenzabweichung von weniger als fünf Prozent als realistischer und erreichbarer Zielbereich etabliert. Pisarciuc und andere zeigen in ihrer Konvergenzstudie an komplexen Holzkörpern, dass Abweichungen in dieser Größenordnung bereits nach moderater Netzverfeinerung erreichbar sind und den durch Materialunsicherheiten unvermeidlich bedingten Restfehler widerspiegeln.⁴⁶ Für Saiteninstrumente bestätigen Curtu und andere diesen Bereich als praktisch erreichbar bei orthotroper Materialmodellierung und geometrietreuem CAD-Modell.⁴⁷

2.6.2 Modal Assurance Criterion

Das Modal Assurance Criterion, kurz: MAC, ist ein skalares Ähnlichkeitsmaß zwischen zwei Modenformen und damit das zentrale Werkzeug zur Validierung numerischer Modalanalysen anhand experimenteller Daten. Es wurde von Allemang und Brown eingeführt und ist seither das am weitesten verbreitete Kriterium zur Modenzuordnung und Modellvalidierung in der experimentellen und numerischen Strukturdynamik.⁴⁸ Das MAC ist definiert als:

$$MAC(\phi_A, \phi_X) = \frac{|\phi_A^H \cdot \phi_X|^2}{(\phi_A^H \cdot \phi_A) \cdot (\phi_X^H \cdot \phi_X)}$$

Wobei ϕ_A den numerisch berechneten Eigenvektor und ϕ_X den experimentell identifizierten Eigenvektor bezeichnet. Der MAC-Wert liegt stets zwischen null und eins. Ein Wert nahe eins bedeutet hohe geometrische Ähnlichkeit der Modenformen; ein Wert nahe null zeigt an, dass die beiden Modenformen orthogonal zueinander sind und keine strukturelle Verwandtschaft aufweisen.

⁴⁶ Pisarciuc; Dan und Cioară 2023. S.1-3.

⁴⁷ Curtu u. a. 2009. S.30-34.

⁴⁸ R. J. Allemang und D. L. Brown: *A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis*, 1982, S.110-116.

In der Praxis werden MAC-Werte oberhalb von 0,8 als gute Übereinstimmung gewertet, Werte zwischen 0,6 und 0,8 als akzeptabel, und Werte unterhalb von 0,6 als unzureichend.⁴⁹

Eine gut dargestellte Erklärung zum MAC mit gut verständlichen Visualisierungen der Methode, ist in dem Artikel von SIEMENS zu finden.⁵⁰ Der MAC bewertet ausschließlich die geometrische Ähnlichkeit zweier Modenformen und kann keine Aussage über die Übereinstimmung der zugehörigen Eigenfrequenzen treffen. Ein hoher MAC-Wert bei gleichzeitig großer Eigenfrequenzabweichung deutet auf eine korrekte Modenformgeometrie bei fehlerhafter Steifigkeits- oder Massemodellierung hin; umgekehrt legt ein guter Eigenfrequenzvergleich bei niedrigem MAC eine fehlerbehaftete Modenformrekonstruktion nahe, etwa durch unzureichende räumliche Auflösung der experimentellen Messung.

Beide Kriterien, MAC und Eigenfrequenzvergleich, sind daher komplementär und dürfen nicht isoliert interpretiert werden. Die MAC-Matrix, die alle paarweisen MAC-Werte zwischen numerischen und experimentellen Moden enthält, erlaubt nicht nur die Bewertung der Übereinstimmung, sondern auch die korrekte Zuordnung von Modenpaaren. Eine gut konditionierte MAC-Matrix weist eine ausgeprägte Diagonalstruktur auf: Hohe Diagonalwerte belegen die paarweise Ähnlichkeit zugeordneter Moden, niedrige Nebendiagonalwerte bestätigen die gegenseitige Orthogonalität aller nicht zugeordneten Modenpaare. Hohe Nebendiagonalwerte hingegen sind ein Hinweis auf Verwechslungen von Moden, auf unzureichende räumliche Auflösung der Messung oder auf eine zu geringe Trennschärfe zwischen geometrisch ähnlichen Moden.⁵¹

2.6.3 Modal Effektive Masse

Die modal effektive Masse, kurz MEM, ist eine abgeleitete modale Größe, die quantifiziert, welcher Anteil der Gesamtmasse einer Struktur an einer bestimmten Eigenmode beteiligt ist und durch externe Kräfte in einer definierten Richtung angeregt werden kann. Für eine gegebene Anregungsrichtung r ist die modal effektive Masse der i -ten Mode definiert als:

$m_{\text{eff},i,r} = (\varphi_{iT} \cdot M \cdot L_r)^2 / (\varphi_{iT} \cdot M \cdot \varphi_i)$, wobei φ_i der i -te normierte Eigenvektor, M die globale Massenmatrix und L_r der Einheitsvektor der Anregungsrichtung ist.⁵² Die MEM ist damit eine Funktion sowohl der Eigenform als auch der Anregungsrichtung: Eine Mode mit hoher MEM

⁴⁹ Miroslav Pastor; Michal Binda und Tomáš Harčarik: *Modal Assurance Criterion*, in: *Procedia Engineering*, Jg. 48 (2012), S. 543–548.

⁵⁰ SIEMENS: *Modal Assurance Criterion (MAC)*, online unter: <https://community.sw.siemens.com/s/article/modal-assurance-criterion-mac> (abgerufen am: 14.6.2026).

⁵¹ Randall J Allemang: *The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse*, in: *Sound And Vibration*, (2003), S. 14-23.

⁵² Ewins 2000. S.53-57

in Z-Richtung wird durch vertikale Kräfte besonders leicht angeregt, während dieselbe Mode gegenüber horizontalen Kräften unempfindlicher sein kann.

Eine fundamentale Eigenschaft der modal effektiven Massen ist ihre Summationseigenschaft: Die Summe der modal effektiven Massen aller Moden, also über den vollständigen Satz aller Eigenvektoren, ergibt in jeder Raumrichtung exakt die Gesamtmasse der Struktur. Dieses Kriterium dient als numerische Konsistenzprüfung des FEM-Modells: Wird die Gesamtmasse durch Summation über die berechneten Moden nicht reproduziert, deutet dies auf eine unvollständige Modenanzahl oder auf Fehler in der Massenmatrix hin. In der Praxis gilt die Berechnung von ausreichend vielen Moden als vollständig, wenn die kumulierte MEM in jeder relevanten Anregungsrichtung mindestens 80 Prozent der Gesamtmasse erreicht.⁵³ Im Kontext dieser Arbeit dient die MEM als ergänzendes Kriterium, zur Beurteilung der akustischen Relevanz einzelner Eigenmoden. Moden mit hoher modal effektiver Masse in Z-Richtung, senkrecht zur Kopfplatte, werden durch die transversalen Kraftkomponenten der Saitenschwingung am stärksten angeregt und sind damit für die akustische Wirkung des Hals-Kopfsystems potenziell am bedeutsamsten. Die MEM erlaubt damit eine physikalisch begründete Priorisierung der Moden für die instrumentenbauliche Interpretation der Ergebnisse, die über eine reine Eigenfrequenzbetrachtung hinausgeht.⁵⁴

⁵³ Hans Günther Natke: *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*, Braunschweig/Wiesbaden 1992. S.248 f.

⁵⁴ Ewins 2000. S.56-57

3 Untersuchungsobjekte

3.1 Auswahl und Grundlage der Untersuchungsobjekte

Als Untersuchungsobjekte dienen zwei Gitarrenhalskonstruktionen aus Bergahorn, *Acer pseudoplatanus*, die beide vom Gitarrenhersteller Lakewood Guitars im Rahmen dieser Arbeit bereitgestellt wurden. Die CAD-Geometrien liegen als STEP und STL-Dateien vor und bilden die realen Fertigungsgeometrien des Herstellers ab, sie wurden für die vorliegende Untersuchung weder vereinfacht noch idealisiert. Damit basiert die Studie nicht auf abstrakten Modellgeometrien, sondern auf praxisrelevanten, im professionellen Instrumentenbau tatsächlich verwendeten Konstruktionen. Dies begünstigt die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf die instrumentenbauliche Praxis erheblich.

Beide Hälse wurden aus demselben massiven Ahorn-Rohling aus einer Charge gefertigt. Diese Vorgehensweise minimiert den Einfluss biologisch bedingter Materialinhomogenitäten auf das modale Verhalten. Der vermessene Rohling wies eine Masse von 3112 g bei einem Volumen von 4871,18 cm³ auf, woraus sich eine reale Rohdichte von 639 kg/m³ ergibt. Dieser Wert liegt im oberen Bereich der für Bergahorn dokumentierten Streubreite von 530 bis 790 kg/m³ und ersetzt als chargenspezifischer Messwert die unsicherheitsbehaftete Übernahme eines Literaturmittelwerts.⁵⁵

Zusätzlich zur gravimetrischen Dichtebestimmung wurde die akustische Qualität des Rohlings mittels Schallgeschwindigkeitsmessung, dem Lucchi-Meter⁵⁶ ermittelt. Dabei wurden entlang der Faserrichtung folgende Schallgeschwindigkeiten gemessen: in Längsrichtung (vL) 5217,5 m/s, in Querrichtung (vR) 2102,5 m/s und in Dickenrichtung (vT) 2138,6 m/s. Diese hohe longitudinale Schallgeschwindigkeit indiziert eine hohe Steifigkeit in Relation zur Dichte, spezifischer E-Modul, was für die Übertragung hochfrequenter Schwingungsanteile im Halssystem von Bedeutung ist.

Beide Hälse umfassen den vollständigen Bereich vom Unterstock bis zur Kopfspitze, einschließlich des eingebauten, aber ungespannten Halsspannstabs. Sie unterscheiden sich ausschließlich in der Kopfkonstruktion, alle übrigen geometrischen Parameter des Halsschafts, des Griffbretts und des Unterstocks sind identisch. Dieser Umstand ist methodisch entscheidend: Er stellt sicher, dass beobachtete Unterschiede im Schwingungsverhalten kausal und eindeutig auf die Kopfgeometrie zurückgeführt werden können.

⁵⁵ Walter Sonderegger u. a.: *Investigations on the physical and mechanical behaviour of sycamore maple (Acer pseudoplatanus L.)*, in: *European Journal of Wood and Wood Products*, Jg. 71 Nr. 1 (2013), S. 91–99; Ross 2010. S.92.

⁵⁶ lucchimeter: *LucchiMeter, Minipalm model Instruction Manual*, 2013.

3.2 Flachkopf

3.2.1 Geometrische Beschreibung

Der Flachkopf, im englischen Sprachraum auch als *solid headstock* bezeichnet, stellt die konstruktiv einfachere und historisch ältere der beiden untersuchten Bauformen dar. Er ist als Massivkörper ausgeführt: Der Kopf besteht aus einer durchgehenden Platte ohne gefräste Fenster, die lediglich durch die Bohrlöcher für die Stimmmechaniken durchbohrt werden.

In der vorliegenden Ausführung weist der Flachkopf eine Stärke von 16 Millimetern auf. Dieses Maß ist durch die Montagegeometrie der verwendeten Stimmmechaniken mit seitlicher Lagerung bestimmt: Die Achsen der Stimmwellen verlaufen senkrecht zur Kopfebene und benötigen Bohrungen, die mit Muffen versehen werden. Die Saiten verlaufen bei dieser Bauform über den Obersattel und werden auf der planen Kopfoberfläche durch ein Loch in der Stimmwelle fixiert. Der Kopfwinkel, der Winkel zwischen Halsrücken und Kopfvorderfläche, erzeugt dabei die notwendige Saitenauflagekraft am Obersattel.

Der Übergang vom Halsschaft in den Kopfbereich erfolgt über eine geschwungene, ergonomisch geformte Volute, die gleichzeitig als Versteifungselement dient und den Übergangsbereich zwischen Hals und Kopf verstärkt.

3.2.2 Strukturmechanische Eigenschaften

Der massiv ausgeführte Flachkopf zeichnet sich durch eine homogene Masseverteilung und ein vergleichsweise hohes lokales Steifigkeitsprofil aus. Der durchgehende Materialquerschnitt ohne Unterbrechungen erlaubt eine kontinuierliche Kraftübertragung und gewährleistet eine hohe Biegesteifigkeit in der Kopfebene. Die Masse des Flachkopfkörpers ist im Wesentlichen durch das Volumen des Vollholzquerschnitts und die Rohdichte des Bergahorns bestimmt.

Da beim Flachkopf keine gefrästen Aussparungen vorhanden sind, ist das lokale Steifigkeitsprofil über die Breite des Kopfes weitgehend gleichmäßig verteilt. Dies führt zu einer räumlich homogenen Steifigkeitsverteilung, die sich in den Modenformen als gleichmäßigere Deformationscharakteristik niederschlagen sollte.

3.3 Fensterkopf

3.3.1 Geometrische Beschreibung

Der Fensterkopf, im englischen Sprachraum als *slotted headstock* bezeichnet, weist eine grundlegend andere Geometrie auf. Durch zwei gefräste Aussparungen, die namensgebenden Fenster, werden die Stimmwellen der Mechaniken quer durch die Flanken geschoben, sodass die Saiten in den Fenstern durch ein Loch um die Welle herumgeführt, um so gestimmt werden zu können. Diese Konstruktion hat ihren Ursprung im klassischen Gitarren- und Lautenbau und ist bis heute charakteristisch für Konzertgitarren und viele akustische Gitarren.

Die Fenster durchdringen den Kopfkörper vollständig in seiner Stärke und teilen ihn in drei voneinander getrennte Stege: einen zentralen Mittelsteg und zwei seitliche Randstege, auch (Kopf-/Fenster-) Flanken genannt. Der Fensterkopf weist in der vorliegenden Ausführung eine Stärke von 20 Millimetern auf, vier Millimeter mehr als der Flachkopf. Diese größere Stärke ist durch die Einbautiefe der quer verlaufenden Mechanikenwellen bedingt: Die Wellen müssen vollständig im Kopfkörper gelagert sein, ohne seitlich überzustehen und stecken auch zu einer gewissen Tiefe im Mittelsteg des Kopfbereiches.

Die Fensterkonstruktion erlaubt einen flacheren Kopfwinkel, da die Saitenführung nicht durch den Neigungswinkel des Kopfes, sondern durch die Geometrie der Fenster und die Wellenposition sichergestellt wird. Bei Hälsen, die aus einem Stück gefertigt sind, und wo die Fasern geeignet liegen, können flachere Kopfwinkel zu mehr Stabilität führen, was die Bruchgefahr am empfindlichen Kopf-Hals-Übergang reduziert. Mehr Fasern können länger ineinandergreifen und werden nicht vorzeitig durchtrennt.

3.3.2 Strukturmechanische Eigenschaften

Durch die Fenster ist die effektive Querschnittsfläche des Fensterkopfes gegenüber dem Flachkopf erheblich reduziert. Diese Querschnittsreduktion wirkt sich in zweifacher Hinsicht aus: Sie senkt einerseits die Gesamtmasse des Kopfes deutlich, andererseits reduziert sie die Biegesteifigkeit in der Kopfebene, da die tragenden Stege zwischen den Fenstern deutlich schmaler sind als der Vollquerschnitt des Flachkopfes.

Die Steifigkeitsverteilung des Fensterkopfes ist räumlich inhomogen: Die drei verbleibenden Stege, Mittelsteg und die zwei Flanken, tragen die mechanischen Lasten, während die Fensterbereiche keine Steifigkeit beitragen. Diese inhomogene Steifigkeitsverteilung führt zu einer räumlich differenzierteren Deformationscharakteristik und ist eine der zentralen Ursachen für die erwarteten Unterschiede in den Modenformen gegenüber dem Flachkopf.

3.4 Systematischer Vergleich beider Konstruktionen

3.4.1 Geometrische Parameter im Überblick

Die Gegenüberstellung der realen Messwerte und der virtuellen CAD-Modelle zeigt die physikalischen und geometrischen Unterschiede beider Kopfkonstruktionen. Siehe Tabelle 1. Für die finite Elemente Methode, wurden die CAD-Volumenkörper isoliert betrachtet. Das FEM-Volumen des Kopfes beträgt 158,2 cm³ beim Flachkopf und 140,4 cm³ beim Fensterkopf. Für die Simulation wurde eine Dichte von $\rho = 653,8 \text{ kg/m}^3$ angesetzt. Dies führt zu FEM-Massen von 103,42 g für den Flachkopfkörper und 91,76 g für den Fensterkopfkörper. Die absolute Massendifferenz der FEM-Köpfe beträgt 11,66 g, was einer relativen Reduktion von 11,27 % entspricht.

Tabelle1: Physikalische Kennwerte der virtuellen CAD- und FEM-Modelle

Kategorie	Parameter	Flachkopf	Fensterkopf	Differenz (abs.)	Differenz (rel.)	Einheit
GEOMETRIE	Gesamtvolumen	660,8	643	-17,8	-2,69 %	cm ³
	FEM-Volumen nur Kopf	158,2	140,4	-17,8	-11,25 %	cm ³
MASSE	FEM-Masse Kopf	103,42	91,76	-11,66	-11,27 %	g
	FEM-Masse Hals	328,59	328,59	0	0,00 %	g
DICHTE	Simulationsdichte (ρ)	653,8	653,8	—	—	kg/m ³
	Massenanteil Kopf / Gesamt	23,9 %	21,8 %	-2,1 %	—	—

Die FEM-Gesamtmasse von 432,01 g beim Flachkopf und 420,35 g beim Fensterkopf bezieht sich ausschließlich auf den simulierten Ahorn-Holzkörper und liegt damit erwartungsgemäß unter der gravimetrisch bestimmten Masse des fertigen Halses, 646 g und 638 g. Der reale Hals enthält zusätzlich einen Halsspannstab, der im FEM-Modell nicht vorhanden ist. Da beide Hälse baugleich aufgebaut sind und sich ausschließlich im Kopf unterscheiden, bleibt der Vergleich der beiden Kopfkonstruktionen von dieser Differenz unberührt.

Tabelle 2: Reale Messparameter, Rohlingmessungen

Untersuchungs- objekt	Parameter	Flachkopf	Fensterkopf-	Differenz (abs.)	Differenz (rel.)	Einheit
HOLZ- ROHLING	Masse	3112	3112	—	—	g
	Volumen (Block)	4871,18	4871,18	—	—	cm ³
	Errechnete Rohdichte	639	639	—	—	kg/m ³
LUCCHIMETER	Schallschnelle Längs (vL)	5217,5	5217,5	—	—	m/s
	Schallschnelle Quer (vR)	2102,5	2102,5	—	—	m/s
	Schallschnelle Dicke (vT)	2138,6	2138,6	—	—	m/s
FERTIGER HALS	Reale Gesamtmasse	646	638	-8	-1,24 %	g

3.4.2 Erwarteter Einfluss auf das Schwingungsverhalten

Auf Basis der geometrischen Analyse lassen sich qualitative Erwartungen an das Schwingungsverhalten beider Konstruktionen formulieren, die im weiteren Verlauf der Arbeit numerisch und experimentell überprüft werden.

Die geringere effektive Masse und die reduzierte Steifigkeit des Fensterkopfes legen nahe, dass seine Eigenfrequenzen gegenüber dem Flachkopf in einem komplexen Verhältnis verschoben, sind: Während die Massenreduktion eine Erhöhung der Eigenfrequenzen begünstigt, wirkt die gleichzeitige Steifigkeitsreduktion in entgegengesetzter Richtung. Welche der beiden Effekte dominiert, hängt von der jeweiligen Modenform ab und ist nicht eindeutig vorherzusagen, dies ist einer der zentralen Erkenntnisbeiträge der vorliegenden Untersuchung.

Hinsichtlich der Modenformen ist zu erwarten, dass die inhomogene Steifigkeitsverteilung des Fensterkopfes zu stärker lokalisierten Deformationsmustern führt, während der Flachkopf aufgrund seiner homogenen Struktur räumlich gleichmäßigere Modenformen aufweisen sollte. Der qualitative Vergleich der Modenformen beider Konstruktionen, sowohl aus der FEM-Simulation als auch aus der Scanning-Vibrometrie, wird diesen Erwartungen gegenübergestellt.

3.4.3 Überlagerung mehrerer Einflussparameter

Die geometrischen Unterschiede zwischen beiden Köpfen gehen nicht auf einen einzelnen Parameter zurück. Der Fensterkopf unterscheidet sich vom Flachkopf simultan in der Querschnittsfläche, der Materialkontinuität, der Gesamtstärke und der Masseverteilung.

Diese simultane Überlagerung mehrerer Einflussgrößen macht einen isolierten analytischen Vergleich einzelner Parameter schwierig und unterstreicht den Mehrwert einer kombinierten numerisch-experimentellen Untersuchungsstrategie: Während die FEM die Möglichkeit bietet, einzelne Parameter gezielt zu variieren und ihren isolierten Einfluss zu quantifizieren, liefert das Experiment die integrale Bestätigung unter realen Bedingungen.

3.5 Vereinfachungen und Abgrenzungen

Alle numerischen und experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit werden am nackten Holzkörper ohne montierte Stimmmechaniken, Bünde, Griffbretteinlagen oder aufgezugene Saiten durchgeführt. Der Halsspannstab ist als geometrisches Element im Hals vorhanden, jedoch ohne Vorspannung. Dieser Referenzzustand ist bewusst gewählt und methodisch begründet. Der wesentliche Vorzug des nackten Holzkörpers als Referenzzustand liegt in der Eindeutigkeit der Vergleichsbasis: Da beide Kopfkonstruktionen unter möglichst identischen Bedingungen untersucht werden, sind sämtliche Unterschiede in den modalen Eigenschaften kausal und ausschließlich auf die Kopfgeometrie zurückzuführen. Einflüsse aus unterschiedlichen Anzugsmomenten der Schrauben oder Fertigungstoleranzen bei der Montage müssen daher akzeptiert werden. Die Hälse werden mit einem Bosch Professional GSB 18V-28 Akkuschrauber auf Gang 1, Drehmomentstufe 5 von 20 festgeschraubt.⁵⁷ Bei einem weichen Maximaldrehmoment von 28 Nm und 20 gleichmäßig gestuften Rutschkupplungsstufen entspricht dies überschlüssig einem Anzugsmoment von etwa 5 – 7 Nm.

Der bewusste Verzicht auf Stimmmechaniken, Saitenzug und Spannstabvorspannung impliziert gleichzeitig, dass die Ergebnisse dieser Arbeit nicht unmittelbar den Zustand eines bespielten Instruments abbilden. Im realen Spielbetrieb sind die Stimmmechaniken die massereichsten Anbauteile am Kopf: Ein vollständiger Mechanikensatz für eine sechssaitige Gitarre wiegt zwischen 150-250 Gramm, was im Verhältnis zur Kopfmasse des Holzkörpers eine relevante Größenordnung darstellt und die Eigenfrequenzen zu tieferen Werten verschieben wird. Hinzukommt die mechanische Versteifung durch das Verschrauben der Grundplatten am Kopf. Die Saitenspannung erzeugt eine Vorspannung im Halssystem, die über geometrische Versteifungseffekte das Steifigkeitsverhalten der Struktur beeinflusst. Der vorgespannte Spannstab leistet ebenfalls einen Beitrag zur effektiven Biegesteifigkeit des Halses.

⁵⁷ Robert Bosch GmbH: *Produktdatenblatt: GSB 18V 28*.

4 Methodik

4.1 Untersuchungsstrategie

Methodisch ruht diese Arbeit auf einem Drei-Säulen-Ansatz, der drei grundlegend verschiedene Untersuchungsverfahren kombiniert und ihre jeweiligen Stärken gezielt nutzt. Diese Triangulation kostet Aufwand, ist aber methodisch geboten: Jede Säule liefert Erkenntnisse, die den beiden anderen verschlossen, bleiben, und gleicht zugleich deren Schwächen aus.

Die erste Säule, die numerische Modalanalyse mittels FEM, arbeitet mit einem vollständig kontrollierten, idealisierten Modell. Sie erlaubt es, beide Kopfkonstruktionen unter exakt identischen Randbedingungen zu vergleichen und alle Einflussgrößen gezielt einzustellen. Der Preis dafür ist die Idealisierung: Das Modell bleibt eine Annäherung an die Realität, und Abweichungen zwischen Simulation und Experiment können auf Modellierungsfehler, Materialunsicherheiten oder nicht abgebildete physikalische Effekte zurückgehen.

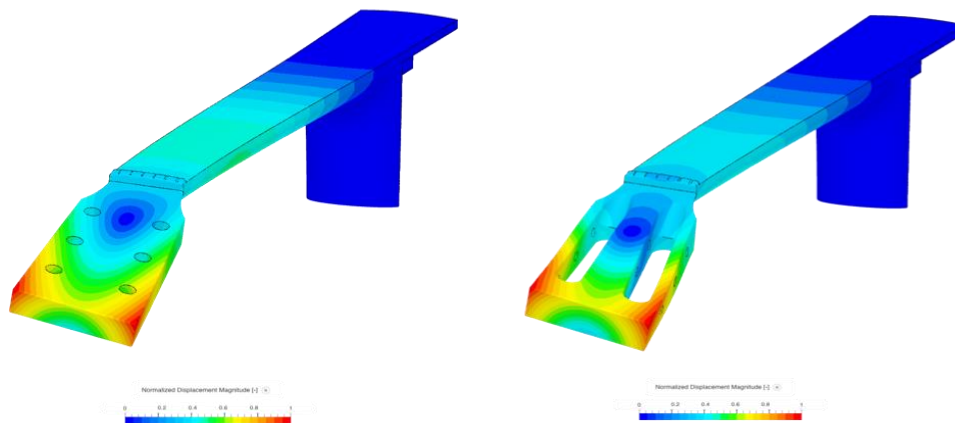


Abbildung 4.1: Simulationen der Kopfkonstruktionen in SimScale

Die Lucchi-Messung liefert einen dynamischen Longitudinalmodul ($E_{\text{dyn}} \approx 17 \text{ GPa}$), der über dem quasistatischen Elastizitätsmodul liegt, da der E-Modul von Holz frequenzabhängig ist dynamisch $>$ statisch. Für die FEM wird der effektive Longitudinal-Elastizitätsmodul $EL = 11,13 \text{ GPa}$ aus dem oberen quasistatischen Literaturband angesetzt. Die Lucchi-Schallschnelle gilt dem idealen, perfekt faserparallelen Stab und liegt deshalb höher als der wirksame Biegemodul des realen Halses; die Lucchi-Messung dient daher als qualitativer Qualitätsnachweis. Siehe Tabelle 3.

Tabelle 3: Simulationsparameter für Ahorn

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
Elastizitätsmoduln			
Elastizitätsmodul longitudinal (X/L)	E_x	11,13	GPa
Elastizitätsmodul radial (Y/R)	E_y	1,544	GPa
Elastizitätsmodul tangential (Z/T)	E_z	0,822	GPa
Querdehnzahlen			
Querdehnzahl XY (LR)	ν_{xy}	0,325	
Querdehnzahl YZ (RT)	ν_{yz}	0,400	
Querdehnzahl XZ (LT)	ν_{xz}	0,400	
Schubmoduln			
Schubmodul XY (LR)	G_{xy}	0,950	GPa
Schubmodul YZ (RT)	G_{yz}	0,343	GPa
Schubmodul XZ (LT)	G_{xz}	0,800	GPa
Dichte			
Rohdichte	ρ	653,8	kg/m ³

Die zweite Säule, die experimentelle Modalanalyse mit Kontaktmessung, erfasst das reale Schwingungsverhalten des physischen Bauteils. Sie liefert Frequenzgangfunktionen in allen drei Raumrichtungen am instrumentenbaulich relevanten Obersattelbereich und ist die primäre Validierungsreferenz für die FEM-Simulation. Ihre Schwäche ist die begrenzte räumliche Auflösung: Wenige diskrete Messpunkte erfassen Modenformen nur punktuell, nicht flächenhaft. Genau diese Lücke schließt die dritte Säule, die kontaktlose Flächenmessung mittels Scanning-Laser-Vibrometrie. Sie liefert ein räumlich hochaufgelöstes Bild des Schwingungsfeldes der Kopfoberfläche und macht vollständige Modenformen direkt sichtbar. Ihre Grenzen sind die Einachsigkeit, also nur in Z-Richtung und die, verglichen mit der Kontaktmessung, schwierigere Kontrolle der Anregungsqualität. Insgesamt werden alle drei Methoden am nackten Holzkörper unter möglichst gleichen Aufhängungs- und Anregungsbedingungen angewandt, die Ergebnisse anschließend strukturiert gegenübergestellt und ihre Übereinstimmung quantitativ bewertet. Der Vergleich läuft auf drei Ebenen: dem direkten Eigenfrequenzvergleich, der MAC-Analyse der Modenformen und dem qualitativen Vergleich der flächenhaften Schwingungsbilder aus Scanning-Vibrometrie und FEM.

4.2 Numerische Modalanalyse

4.2.1 Geometrie und CAD-Modellierung

Die geometrische Grundlage der FEM-Simulation bilden STEP-Dateien, die von Lakewood Guitars bereitgestellt wurden und die realen CAD-Geometrien beider Kopfkonstruktionen enthalten. Diese Dateien werden in Autodesk Fusion 360 importiert und zu geschlossenen, vernetzungsfähigen Volumenkörpern aufbereitet.

Die Aufbereitung umfasst mehrere Arbeitsschritte: Zunächst werden eventuelle geometrische Unstetigkeiten, offene Flächen, fehlerhafte Flächenübergänge oder degenerierte Kanten, identifiziert und geschlossen, da diese bei der automatischen Vernetzung zu Fehlern führen würden. Anschließend werden die Körper auf ihre geometrische Vollständigkeit überprüft: Beide Modelle umfassen den vollständigen Hals vom Unterstock bis zur Kopfspitze, da die Einspannung am Unterstock als Randbedingung in die Simulation eingeht und die Halsmasse das dynamische Verhalten des Kopfbereichs unmittelbar beeinflusst.

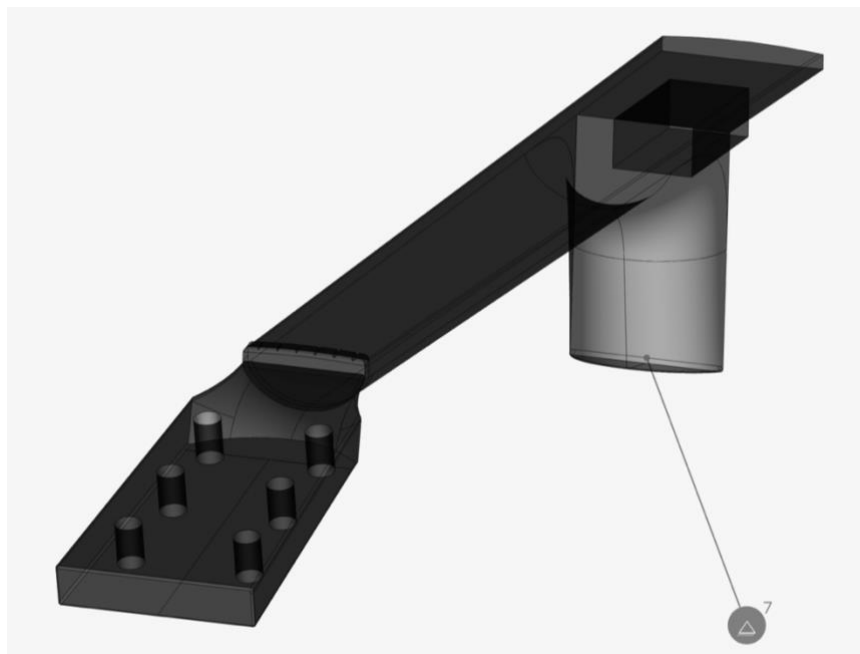


Abbildung 4.2: CAD-Modell in SimScale

Der Fensterkopf wird in seiner vollen geometrischen Komplexität modelliert, einschließlich der gefrästen Fenster und der daraus resultierenden Mittelsteggeometrie. Eine geometrische Vereinfachung an dieser Stelle wäre methodisch nicht vertretbar, da die Fenster den entscheidenden strukturellen Unterschied zum Flachkopf darstellen. Der Halsspannstab ist als geometrisches Element im Modell vorhanden, wird jedoch, wie im Experiment, ohne Vorspannung und ohne eigenständige Materialdefinition modelliert, sodass er keinen Beitrag zur Systemsteifigkeit leistet. Stimmmechaniken werden nicht modelliert. Die

aufbereiteten Volumenkörper werden aus Fusion 360 in das Simulationsprogramm SimScale exportiert, wo die Vernetzung, Materialzuweisung, Randbedingungsdefinition und Simulation durchgeführt werden.

4.2.2 Materialmodellierung und orthotrope Parametrierung

Für beide FEM-Modelle wird Bergahorn, *Acer pseudoplatanus*, als orthotropes Material definiert. Die vollständige Materialparametrierung umfasst neun unabhängige elastische Parameter sowie die Rohdichte, wie in Abschnitt 2.5 beschrieben.

Die reale Rohdichte, gemessen am Rohling: 639 kg/m^3

Die verwendete Simulationsdichte, die in SimScale verwendet wurde: $653,8 \text{ kg/m}^3$

Die Ausrichtung des Materialkoordinatensystems im FEM-Modell wird so gewählt, dass die Longitudinalrichtung (L) parallel zur Saitenachse und damit zur Hauptstreckungsrichtung des Halses verläuft. Diese Ausrichtung entspricht der realen Faserausrichtung im Instrumentenbau, in dem die Hälse konventionell aus Langholz gefertigt werden, sodass die Holzfaser in Längsrichtung des Halses verläuft. Die Radial- (R) und Tangentialrichtung (T) werden senkrecht dazu definiert. Diese Materialachsenorientierung hat einen wesentlichen Einfluss auf die berechneten Steifigkeiten und damit auf die Eigenfrequenzen; ihre korrekte Parametrierung ist für die Validität der Simulation entscheidend.

Die verwendeten orthotropen Materialparameter sind in Tabelle 3 zusammengestellt. Die Rohdichte wird mit dem Wert von $653,8 \text{ kg/m}^3$ angesetzt, der in SimScale für die Berechnung der Massenmatrix verwendet wurde.

Dieser Wert weicht leicht von der realen Rohdichte des Rohlings (639 kg/m^3) ab und liegt im oberen Bereich des gemessenen und literaturbasierten Bandes. Da beide Köpfe mit identischer Dichte gerechnet werden, kürzt sich der Dichtewert im Vergleich beider Konstruktionen vollständig heraus; er verschiebt lediglich das absolute Frequenzniveau (über $f \propto \rho^{(-1/2)}$ um $\approx -1,1 \%$ bei $+2,3 \%$ Dichte), nicht die untersuchten relativen Unterschiede. Die geometrisch bedingte Massenreduktion des Fensterkopfes von $11,27 \%$ bleibt davon unberührt. Für die übrigen orthotropen Elastizitätsparameter, E_R , E_T , G_{LR} , G_{LT} , G_{RT} sowie die Querdehnzahlen, werden Literaturwerte für technisch getrockneten Bergahorn verwendet.⁵⁸

⁵⁸ Dinulica; Savin und Stanciu 2023. S.92-93

4.2.3 Randbedingungen

Die Einspannung des Halses am Unterstock wird im FEM-Modell als Fixed Support modelliert: Alle sechs Freiheitsgrade an der Einspannfläche werden zu null gesetzt. Diese Randbedingung entspricht dem experimentellen Versuchsaufbau, bei dem der Hals über die beiden Schraubengewindebohrungen im Halsfuß in einer Klemmvorrichtung fixiert wird, analog zur realen Hals-Korpus-Verbindung einer Gitarre, bei der dieselben Gewindebohrungen den Hals durch Bolzenzug an den Korpus ziehen. Die Übereinstimmung der Randbedingungen zwischen Simulation und Experiment wird durch den gewählten Versuchsaufbau gewährleistet, wie in Abbildung 4.3 zu sehen ist.

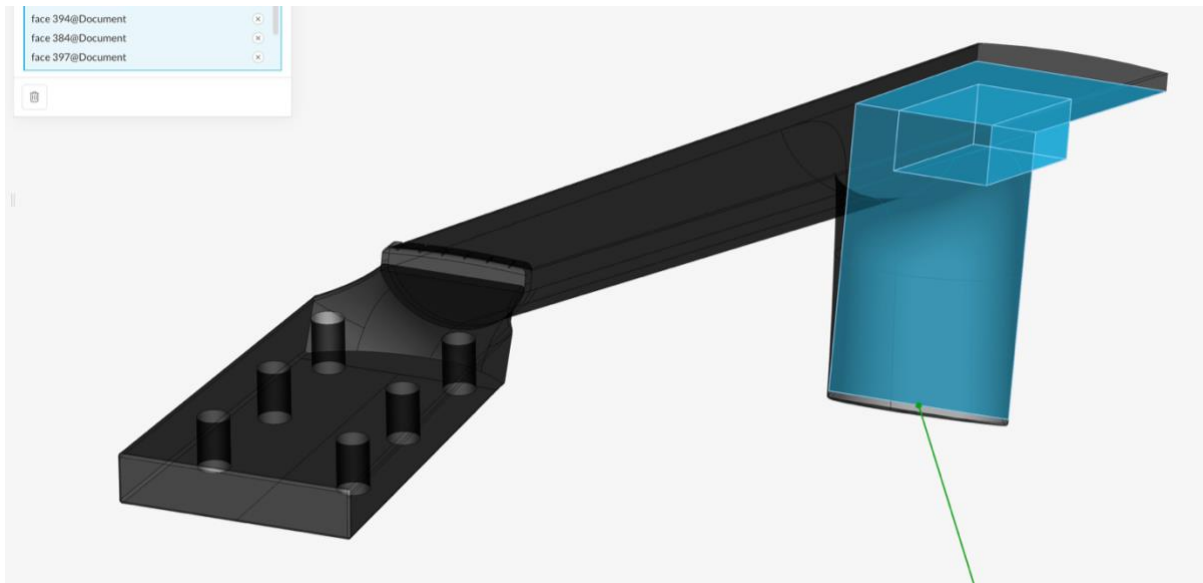


Abbildung 4.3: Einspannung, Fixed Support Flächen in SimScale

Es ist anzumerken, dass die reale Schraubenverbindung eine endliche, wenn auch hohe Nachgiebigkeit besitzt und damit von der ideal starren FEM-Einspannung abweicht. Dieser Effekt ist bei der Interpretation der Eigenfrequenzabweichungen für niederfrequente, biegedominierte Moden zu berücksichtigen, bei denen die erste Eigenfrequenz empfindlich auf Lagerungssteifigkeit reagiert.

4.2.4 Vernetzung und Konvergenzstudie

Die Vernetzung der Volumenkörper erfolgt in SimScale mit tetraedrischen Elementen zweiter Ordnung, *quadratic tetrahedral elements*, Elementtyp C3D10. Elemente zweiter Ordnung werden gegenüber linearen Elementen bevorzugt, da sie die Biegedeformation einer Struktur, die bei den niederfrequenten Biegemoden eines Halses dominiert, mit geringerer Elementanzahl korrekt abbilden. Siehe Abbildung 4.4

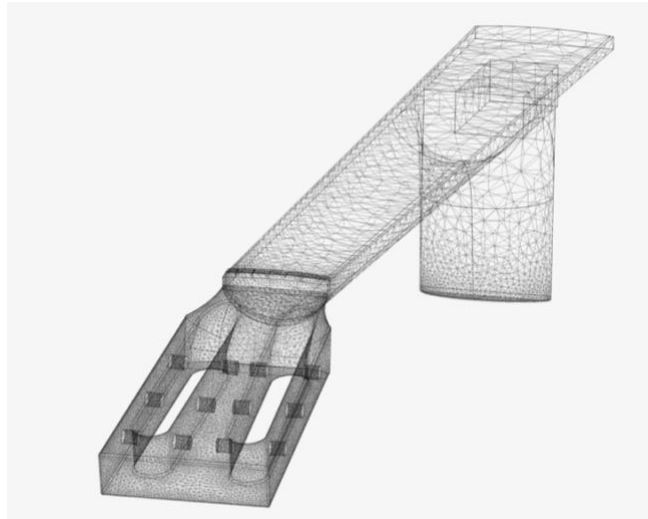


Abbildung 4.4: Netzdichte 9, Mesh Tetraeder, Fensterkopf

Die Konvergenzstudie wird als dreistufige Netzverfeinerung durchgeführt. Auf der ersten Stufe wird ein grobes Netz mit einer charakteristischen Elementgröße von 8 mm erzeugt. Die zweite Stufe verwendet eine mittlere Elementgröße von 4 mm, die dritte Stufe eine feine Elementgröße von 2 mm. Für jede Netzstufe werden die ersten 20 Eigenfrequenzen berechnet und die prozentualen Änderungen zwischen aufeinanderfolgenden Stufen dokumentiert. Das Konvergenzkriterium ist erfüllt, wenn die Änderung aller berechneten Eigenfrequenzen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Netzstufen weniger als ein Prozent beträgt. Die feinste Netzstufe, die dieses Kriterium erfüllt, wird als Grundlage für alle weiteren Simulationen verwendet.

4.2.5 Sensitivitätsstudie der Materialparameter

Ergänzend zur Konvergenzstudie wird eine Sensitivitätsstudie durchgeführt, die den Einfluss der unvermeidlichen Unsicherheiten in den Materialparametern auf die Simulationsergebnisse quantifiziert. Dabei werden der Longitudinalelastizitätsmodul E_L sowie die Rohdichte ρ jeweils in einem Bereich von $\pm 5\%$ um den Nominalwert variiert, während alle übrigen Parameter auf ihrem Nominalwert gehalten werden.

Die resultierenden prozentualen Änderungen in den berechneten Eigenfrequenzen werden für jede Mode dokumentiert.

Die Ergebnisse dieser Studie erfüllen zwei Funktionen: Erstens erlauben sie eine Einschätzung, welche Materialparameter die größte Sensitivität aufweisen und damit die kritischsten Unsicherheitsquellen darstellen. Zweitens liefern sie eine quantitative Abschätzung des Toleranzbandes, innerhalb dessen Abweichungen zwischen Simulation und Experiment durch Materialunsicherheiten erklärt werden können, ein wesentlicher Beitrag zur Bewertung der Modellgüte.

4.3 EMA, Kontaktmessungen, Beschleunigungsaufnehmer

4.3.1 Versuchsaufbau und Messsystem

Die experimentelle Modalanalyse mit Kontaktmessung wird mit einem Messsystem der Marke Ono Sokki durchgeführt. Das System besteht aus dem Zweikanal-FFT-Analysator CF-7200, einem Impuls-Krafthammer mit integriertem piezoelektrischem Kraftsensor sowie einem uniaxialen Beschleunigungsaufnehmer, der sequenziell in alle drei Raumrichtungen umorientiert wird und somit die Schwingungsantworten erfasst.

Die Grundlagen des Zweikanal-Analysatorprinzips, Kreuzspektrumbildung, H_1 -Schätzung, Kohärenzauswertung, sind in Bendat und Piersol ausführlich beschrieben; die messtechnische Umsetzung am Ono-Sokki-System folgt diesen etablierten Verfahren.

Erfassung und Mittelung erfolgen mit einem Ono Sokki CF-7200 2-Kanal-FFT-Analysator über CCLD-gespeiste ICP-Eingänge mit Leistungsspektrum-Mittelung und H_1 -Schätzer. Der Messbereich umfasst 0 – 5.000 Hz und hat eine Frequenzauflösung von 1,5625 Hz, was 3.200 Linien entspricht.

Der Hals wird für die Kontaktmessung über die beiden Gewindebohrungen im Halsfuß in einer Klemmvorrichtung fixiert, die die reale Einbausituation im Instrument nachbildet. Diese Einspannung entspricht der in der FEM-Simulation verwendeten Fixed-Support-Randbedingung und gewährleistet damit eine direkte Vergleichbarkeit beider Methoden. Die Klemmvorrichtung wird auf einem schwingungs isolierten Untergrund montiert, um die Einleitung von Umgebungsschwingungen in die Messung zu minimieren. Siehe Abbildung 4.5



Abbildung 4.5: Versuchsaufbau Kontaktmessung Ono Sokki CF-7200

Die Beschleunigungsaufnehmer werden mit Bienenwachs temporär auf der Bauteiloberfläche befestigt. Bienenwachs gewährleistet eine ausreichende mechanische Ankopplung bis zu Frequenzen von mehreren Kilohertz bei gleichzeitig minimalem Massenanlagerungseffekt und rückstandsfreier Demontierbarkeit.⁵⁹

Als Aufnehmer dient ein PCB 352B10 (ICP, Keramik-Scherelement, 10 mV/g, Frequenzbereich 2–10 000 Hz bei $\pm 5\%$, Eigenfrequenz ≥ 65 kHz). Seine Masse von nur 0,7 g steht einer Halsmasse von rund 430 g gegenüber (Massenverhältnis $\approx 0,16\%$), sodass die Massenanlagerung vernachlässigbar bleibt und die positionsabhängige Frequenzverschiebung unterhalb der Messunsicherheit liegt.⁶⁰

4.3.2 Anregungsort und Anregungsverfahren

Die Anregung erfolgt durch einen Pendelimpuls mit dem Impuls-Krafthammer an einer definierten Positionen am Obersattel. Der Obersattel wurde als Anregungsort gewählt, weil dort im realen Spielbetrieb die Einleitstelle der saitenbedingten Schwingungsenergie in den Hals darstellt; durch die Wahl spielnaher Anregungsorte wird sichergestellt, dass die gemessenen FRFs für die akustische Bewertung des Instruments instrumentenbaulich direkt relevant sind.

Der Pendelimpuls wird durch einen geführten, definierten Schwung des Hammers auf einer Kreisbahn realisiert, sodass der Hammerkopf die Bauteiloberfläche nur einmal und unter reproduzierbarem Winkel berührt. Dieses Verfahren minimiert das Risiko von Doppelimpulsen, *double hits*: Wird die Struktur durch einen zweiten, zeitversetzten Schlag erneut angeregt, überlagern sie das Kraftspektrum mit periodischen Einbrüchen, dem Kammfiltereffekt und machen die FRF-Schätzung an diesen Frequenzen unbrauchbar.⁶¹ Jede Einzelmessung wird vor der Weiterverarbeitung auf das Vorliegen von Doppelimpulsen geprüft; fehlerhafte Anschläge werden verworfen und nicht in die Mittelung einbezogen.

Die Wahl der Hammerspitze bestimmt die obere Grenzfrequenz des eingebrachten Anregungsspektrums: Eine harte Metallspitze erzeugt einen kurzen, schlanken Kraftpuls mit breitem Spektrum, eine weiche Gummi- oder Kunststoffspitze einen längeren Puls mit schmalen Spektrum. Für den vorliegenden Frequenzbereich bis 2500 Hz wird eine Spitze mit hoher Härte verwendet, die ein ausreichend flaches Kraft-Eingangs-Spektrum im relevanten Bereich sicherstellt.⁶²

Die Anregung erfolgt mit einem PCB 086E80 Miniatur-Impulshammer (0–50 lbf bzw. 222 N, 100 mV/lbf, Eigenfrequenz ≥ 100 kHz) mit harter Stahlspitze für ein bis 2500 Hz hinreichend

⁵⁹ Ewins 2000. S.198.

⁶⁰ Piezotronics: *Beschleunigungsaufnehmer, PCB 352B10*.

⁶¹ Trethewey und Cafeo 1992. S.144-145.

⁶² Ewins 2000. S.187.

flaches Kraftspektrum.⁶³ Am hinteren Ende des Hammers wurde eine Zusatzmasse von 1,25 g mit Wachs befestigt. Diese hinter dem Kraftsensor liegende Masse erhöht die eingebrachte Impulsenergie und verbessert den niederfrequenten Anteil des Kraftspektrums; da sie hinter dem Sensorelement sitzt, steigert sie zugleich geringfügig die Kraftempfindlichkeit, was über die Kalibrierung berücksichtigt ist.⁶⁴

4.3.3 Messpunkte und räumliche Erfassung

Die Kontaktmessungen werden mit dem Roving-Accelerometer-Verfahren durchgeführt: Der Beschleunigungsaufnehmer wird schrittweise von Messpunkt zu Messpunkt bewegt, während der Hammer an einer definierten Referenzposition anschlägt. Dieses Verfahren ist dem Roving-Hammer-Verfahren dann vorzuziehen, wenn die Massenanlage des Aufnehmers an einer Position vernachlässigbar ist und eine uniaxiale Erfassung der Antwort erwünscht ist.⁶⁵

Die wesentliche Unsicherheit dieses Verfahrens ist die positionsabhängige Massenanlage des Aufnehmers, die die lokalen Frequenzen je Messpunkt unterschiedlich verschiebt; bei der geringen Aufnehmermasse gegenüber der Halsmasse von rund 430 g und der leichten Bienenwachs-Ankopplung bleibt dieser Effekt klein und wird durch die kontaktlose Scanning-Laser-Vibrometrie gegengeprüft.

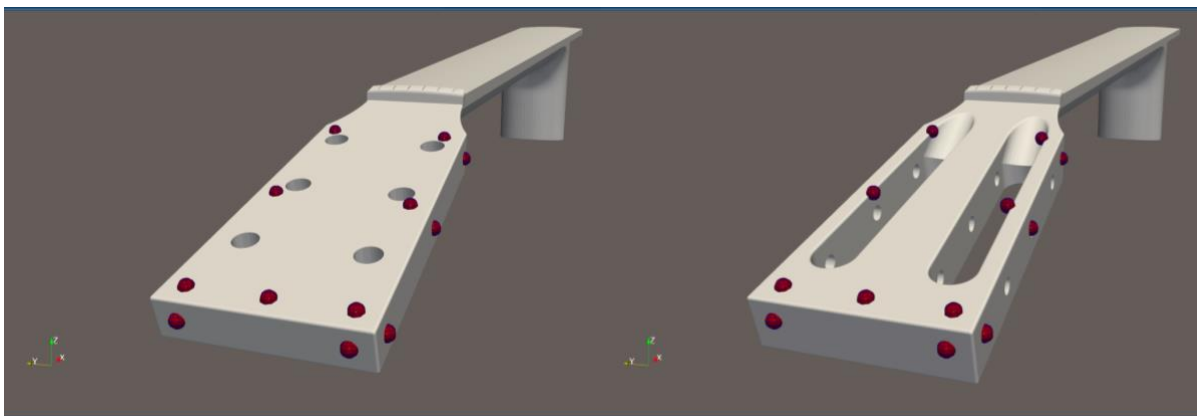


Abbildung 4.6: Messpunkte vom Beschleunigungsaufnehmer virtuell dargestellt in ParaView, Flachkopf und Fensterkopf

Die Messpunkte werden in einem definierten Raster auf der Kopf- und Halsrückfläche verteilt. Die räumliche Verteilung ist so gewählt, dass bevorzugt Positionen mit erwarteten Amplitudenmaxima der relevanten Modenformen besetzt werden, während Knotenbereiche mit engem Punktraster abgedeckt werden, um die Modenformgeometrie auch dort korrekt zu erfassen. Diese adaptive Punktverteilung folgt dem in der Modalanalyse etablierten Prinzip,

⁶³ Piezotronics: *Impulshammer, PCB 086E80*.

⁶⁴ Piezotronics. *Model 084A13, Extender Mass, stainless steel, 0.250" dia x 0.20", 0.044 oz, 1.25 gm.*

⁶⁵ Ewins 2000. S.186-193.

Messpositionen mit hoher modaler Observabilität, also fern von Knotenlinien, zu wählen: Die Auswahl solcher Punkte maximiert die Informationsausbeute bei gegebener Punktzahl und reduziert das Risiko, Moden durch ungünstige Aufnehmerplatzierung in ihren Knotenbereichen zu verpassen.⁶⁶

Um eine hohe statistische Absicherung der Eigenfrequenzen zu gewährleisten, wurden pro Messpunkt zehn Impulsanregungen durchgeführt und gemittelt. Für die Auswertung wurden die Magnituden-Spektren aus den Betragsfrequenzgängen exportiert. Da die punktuelle Kontaktmessung primär der exakten Bestimmung der Resonanzfrequenzen diene, wurde auf den Export der Phaseninformation verzichtet, da diese für die reine Frequenzidentifikation nicht erforderlich ist und methodisch durch die anschließende Scanning-Laser-Vibrometrie (siehe Kap. 4.4) kompensiert wird.⁶⁷

4.3.4 Mittelung und Signalverarbeitung

Je Anregungsort und Messpunkt werden zehn Einzelanschlüsse gemittelt. Die Mittelung im Frequenzbereich reduziert den Einfluss von additivem Messrauschen auf die FRF-Schätzung: Der Signal-Rausch-Abstand verbessert sich proportional zur Wurzel der Mittelungsanzahl, sodass zehn Anschlüsse gegenüber einer Einzelmessung theoretisch eine Verbesserung von ca. 10 dB liefern. Zehn Anschlüsse stellen einen methodischen Kompromiss zwischen statistischer Qualität und vertretbarem Messaufwand dar; bei komplexen Strukturen mit geringem Dämpfungsgrad und langen Ausschwingzeiten kann eine höhere Mittelungsanzahl erforderlich sein.⁶⁸

Als FRF-Schätzer wird der H1-Schätzer verwendet. Er ist definiert als: $H1(f) = S_{xy}(f) / S_{xx}(f)$ wobei S_{xy} das Kreuzspektrum zwischen Anregungs- und Antwortsignal und S_{xx} das Autospektrum des Anregungssignals bezeichnet. Der H1-Schätzer minimiert den Einfluss von Ausgangsrauschen, dem Rauschen im Antwortsignal und ist bei der vorliegenden Anregungsform, einem einzelnen Kraftpuls mit gut definiertem Eingangssignal, der bevorzugte Schätzer.⁶⁹

Das Zeitfenster für die FFT-Analyse wird so gewählt, dass die Schwingungsantwort innerhalb des Fensters vollständig auf null abgeklungen ist, um Leakage-Effekte, *spectral leakage*, zu vermeiden. Klingt die Schwingung nicht vollständig ab, insbesondere bei schwach gedämpften Holzstrukturen mit langen Ausschwingzeiten, wird eine exponentielle Fensterfunktion,

⁶⁶ Ebd.

⁶⁷ Nuno Manuel Mendes Maia und Júlio M. M. Silva: *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Taunton 1997. S.102-108.

⁶⁸ Ewins 2000. S.209 f.

⁶⁹ Ebd. S.216 f.

exponential window auf das Antwortsignal angewendet. Das exponentielle Fenster erzeugt eine künstliche Zusatzdämpfung, die das Abklingen beschleunigt; ihr Einfluss auf den gemessenen Dämpfungsgrad muss bei der Modalidentifikation rechnerisch korrigiert werden. Auf das Kraftsignal wird ein Force-Fenster angewendet, das den Signalabschnitt nach dem Kraftpuls auf null setzt und damit Rauschen außerhalb des eigentlichen Anregungsintervalls eliminiert.⁷⁰

4.3.5 Modale Kurvenanpassung

Aus den gemessenen FRFs werden die modalen Parameter, Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Modenformen, durch modale Kurvenanpassung, *modal curve fitting*, extrahiert. Als Algorithmus wird ein Least-Squares-Verfahren im Frequenzbereich verwendet, auch bekannt als LSFD, *Least-Squares Frequency Domain*. Dieses Verfahren minimiert den quadratischen Fehler zwischen der gemessenen FRF und einem analytischen Modell der Struktur als Superposition modaler Beiträge und bestimmt für jede identifizierte Mode die komplexe Residualgröße, *modal residue*, aus der die Modenform an allen Messpunkten berechnet wird. Die Güte der Kurvenanpassung wird durch den Vergleich der synthetisierten FRF mit der gemessenen FRF beurteilt: Eine gute Übereinstimmung im Amplitudengang und insbesondere im Phasengang über den gesamten Frequenzbereich, nicht nur an den Resonanzpeaks, ist ein notwendiges Kriterium für die Zuverlässigkeit der extrahierten modalen Parameter. Systematische Abweichungen zwischen gemessener und synthetisierter FRF deuten auf eine unvollständige Modenanzahl oder auf die Präsenz von Out-of-band-Moden hin, die außerhalb des ausgewerteten Frequenzbereichs liegen, aber innerhalb des Bereichs residuale Beiträge leisten.⁷¹

4.4 EMA, Kontaktlose Messungen, Laser-Scanning-Vibrometrie

4.4.1 Versuchsaufbau

Die kontaktlose Flächenmessung wird mit dem Scanning-Vibrometer PSV-500 des Herstellers Polytec durchgeführt. Der Versuchsaufbau besteht aus dem optischen Scankopf mit integriertem Heterodyn-Interferometer und galvanometrisch gesteuertem Spiegelsystem, der Steuer- und Datenerfassungseinheit sowie einem Referenz-Beschleunigungsaufnehmer zur Synchronisation von Anregung und Messung. Das Messprinzip des Scanning-LDV entspricht dem von Stanbridge und Ewins beschriebenen Verfahren der sequenziellen Abtastung eines Scan-Grids mit simultaner FRF-Bildung an jedem Punkt.⁷²

⁷⁰ Ebd. S.239

⁷¹ Maia und Silva 1997. S.222-225.

⁷² Stanbridge und Ewins 1999. S.257-260.

Der Scankopf wird auf einem stabilen Stativ in einem definierten Abstand zur Messoberfläche positioniert. Der Laserstrahl trifft unter möglichst geringem Schrägwinkel auf die Kopfoberfläche, um den durch den Schrägeinfall bedingten Projektionsfehler zu minimieren: Die gemessene Schnellekomponente entspricht bei senkrechtem Einfall exakt der Oberflächennormalen-Komponente; bei schrägem Einfall wird eine anteilige In-plane-Komponente miterfasst, die das Ergebnis verfälscht.⁷³ Wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist, werden die Hälse in derselben Werkstückeinspannung vermessen wie bei der Kontaktmessung, um vergleichbare Lagerungsbedingungen zu gewährleisten.

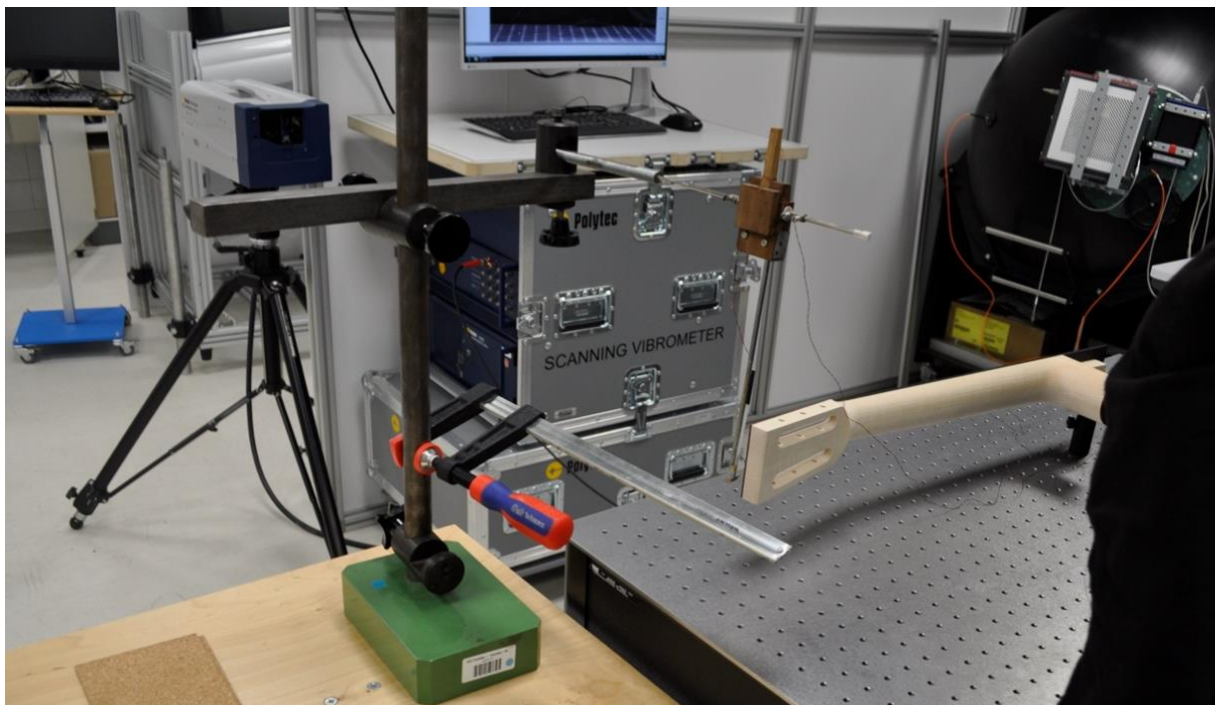


Abbildung 4.7: Versuchsaufbau Scanning-Laser-Vibrometrie Polytec PSV-500

Da die Oberfläche der untersuchten Gitarrenhalskopfteile aus naturbelassenem Bergahorn besteht, ist keine Oberflächenbehandlung erforderlich: Holzoberflächen streuen den Laserstrahl ausreichend diffus zurück und liefern ein verwertbares Rückstreusignal ohne problematische spiegelnde Reflexionsanteile.⁷⁴ Dieser Vorteil ist bei Holz gegenüber hochpolierten Metalloberflächen oder lackierten Flächen besonders ausgeprägt und trägt zur unkomplizierten Messkonfiguration bei.

4.4.2 Scan-Grid und Messpunktverteilung

Das Scan-Grid wird in der PSV-Software durch manuelle Definition der Messpunkte auf einem Referenzbild der Kopfoberfläche festgelegt. Für den Flachkopf werden 95 Messpunkte

⁷³ Castellini; Martarelli und Tomasini 08.2006, Abschn. 4.5 "SLDV spatial resolution", S.1278.

⁷⁴ Ebd.

definiert, für den Fensterkopf 87 Messpunkte. Die unterschiedliche Punktzahl ergibt sich aus der unterschiedlichen messbaren Oberfläche: Beim Fensterkopf entfallen die Fensterbereiche, da dort kein Oberflächensignal erfasst werden kann.

In Analogie zum Nyquist-Abtasttheorem gilt für die räumliche Abtastung: Die Punktdichte muss mindestens doppelt so hoch sein wie die räumliche Frequenz der höchsten interessierenden Modenform, um eine aliasing-freie Rekonstruktion der Modenformgeometrie sicherzustellen.⁷⁵ Die Messpunkte werden so verteilt, dass die gesamte Kopfoberfläche möglichst gleichmäßig abgedeckt wird, mit erhöhter Punktdichte in Bereichen erwarteter ausgeprägter Modenformgradienten, insbesondere an den Stegbereichen des Fensterkopfes und den Randpartien beider Köpfe. Diese adaptive Strategie maximiert die Informationsausbeute bei gegebener Gesamtpunktzahl und folgt dem Prinzip der gezielten Verdichtung in Bereichen hoher modaler Raumfrequenz.⁷⁶

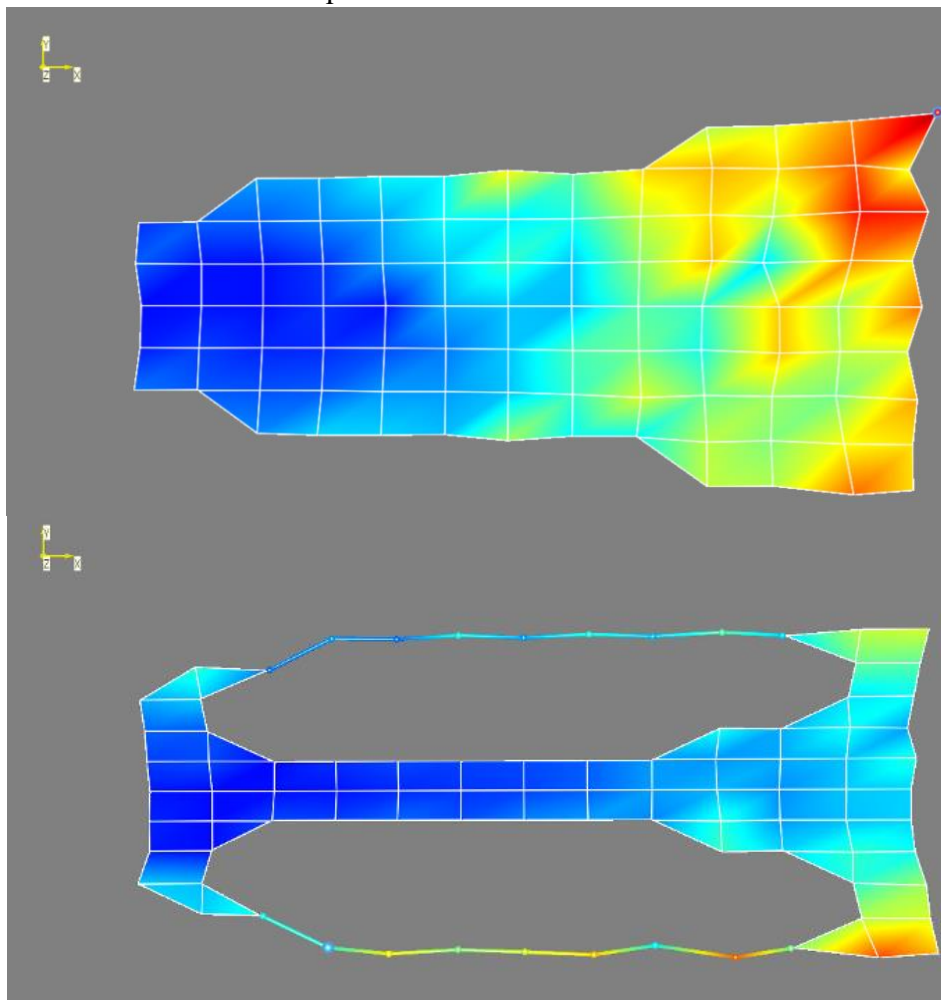


Abbildung 4.8: PSV-Messpunkt, Netz für Flachkopf und Fensterkopf im PSV-Scan View, Domäne: RMS, Signal: Vib Geschwindigkeit, Gesamte Bandbreite

⁷⁵ Ewins 2000. S.213 f.

⁷⁶ A B Stanbridge; A Z Khan und D J Ewins: *Modal Testing using Impact Excitation and a Scanning LDV*, in: *Shock and Vibration*, Jg. 7 Nr. 2 (2000), S. 91–100.

4.4.3 Anregungsort und Anregungsverfahren

Die Anregung erfolgt mit einem Pendelimpuls und dem Impuls-Krafthammer, wie bei den Kontaktmessungen, der an der Stirnfläche, auch bekannt als Krone des Kopfes leicht versetzt neben der Symmetrielinie die Struktur anregt. Der Krafthammer ist über seinen integrierten Kraftsensor an die Datenerfassungseinheit des PSV-500 angeschlossen und liefert das Referenzsignal für die FRF-Berechnung.

Als Hammerspitze wird eine harte, kegelförmige Metallspitze verwendet, die einen kurzen, schlanken Kraftpuls und damit ein breitbandiges Kraft-Eingangs-Spektrum erzeugt.⁷⁷ Es ist zu beachten, dass Hirnholz gegenüber Längsholz veränderte Impedanzeigenschaften aufweist: Die Zellen des Hirnholzes sind quer zur Faserrichtung angeschnitten, was zu einer erhöhten lokalen Kompressibilität und damit zu einer abweichenden Kraftpuls-Charakteristik gegenüber einer Anregung auf der Längsholzfläche führt.⁷⁸ Dieser Umstand beeinflusst die Amplitude und den spektralen Verlauf des Kraft-Eingangs-Spektrums und wird bei der Bewertung der Messqualität in Abschnitt 5.4.1 transparent diskutiert.

4.4.4 Mittelung und Messparameter

An jedem Messpunkt des Scan-Grids werden drei Einzelanschlüsse gemittelt, bevor der Laserstrahl zum nächsten Punkt weiterwandert. Diese Mittelungsanzahl stellt einen Kompromiss zwischen Messqualität und Gesamtmessdauer dar: Bei 95 bzw. 87 Messpunkten und drei Anschlüssen je Punkt ergibt sich eine Gesamtzahl von 285 bzw. 261 Einzelmessungen pro Kopf. Ewins zeigt, dass bereits drei bis fünf Mittelungen bei ausreichend hohem Signal-Rausch-Abstand, also bei guter Anregungsqualität und stabiler Aufhängung, zu einer statistisch stabilen FRF-Schätzung führen; eine weitere Erhöhung der Mittelungsanzahl bringt ab diesem Niveau nur noch marginale Qualitätsgewinne.⁷⁹ Der Frequenzbereich wird auf 50 bis 2500 Hz festgelegt, was bei der gewählten Blockgröße eine Frequenzauflösung von ca. 1 Hz ergibt.

Als Fensterfunktionen werden ein Hanning-Fenster für das Antwortsignal und ein Force-Fenster für das Kraftsignal verwendet, eine bei impulsartiger Anregung etablierte und in der Literatur empfohlene Kombination. Das Hanning-Fenster reduziert Leakage-Effekte im Antwortsignal bei gleichzeitig akzeptabler Frequenzauflösung; das Force-Fenster eliminiert Rauschen außerhalb des eigentlichen Kraftpulsintervalls und verbessert damit die Qualität des Eingangssignals für den H1-Schätzer.⁸⁰

⁷⁷ Ewins 2000. S.177-180.

⁷⁸ Jeske und Grosser 2009. S.58.

⁷⁹ Ewins 2000. S.226 f.

⁸⁰ Ebd. S.228 f.

Bei der Scanning-Laser-Vibrometrie wurden drei Mittelungen pro Messpunkt vorgenommen. Im Gegensatz zur Kontaktmessung (Kap. 4.3.4) wurde hierbei die vollständige komplexe Transferfunktion inklusive der Phase erfasst, um die räumliche Rekonstruktion der Modenformen zu ermöglichen. Auf die Berechnung einer Standardabweichung der FRF wurde bei diesem Messdurchgang verzichtet, da eine Stichprobengröße keine statistisch belastbare Aussage über die Varianz erlaubt; die Qualitätssicherung erfolgte stattdessen über die Überwachung der Kohärenzfunktion.

4.4.5 Modenextraktion und Visualisierung

Die Identifikation der Eigenfrequenzen erfolgt anhand der gemittelten Summen-FRF, *Sum FRF*, die aus allen Einzelpunkt-FRFs gebildet wird durch komponentenweise Aufsummierung der Amplitudengänge. Resonanzpeaks, die in einzelnen Messpunkten durch Knotenlage der zugehörigen Modenform unterdrückt sind, erscheinen in der Summen-FRF mit hoher Wahrscheinlichkeit dennoch sichtbar, da der Knotenbereich einer Mode immer nur einen Teil der Messpunkte betrifft. Die Summen-FRF ist damit ein robustes und vollständiges Werkzeug zur Eigenfrequenzidentifikation in Scanning-Messungen.

Für jede identifizierte Eigenfrequenz wird die komplexe Amplitude aller Messpunkte bei dieser Frequenz aus der jeweiligen Einzel-FRF extrahiert und als räumliche Modenform auf dem Scan-Grid dargestellt. Die Phasenlage der Amplituden ermöglicht die Unterscheidung zwischen gleichphasig und gegenphasig schwingenden Bereichen der Oberfläche. Dies ist essenziell für die Charakterisierung von Modentypen, wie beispielsweise Biegemoden mit gleichphasigen Schwingungsbereichen oder Torsionsmoden mit gegenphasigen Schwingungsbereichen in den lateralen Hälften.⁸¹ Die PSV-Software visualisiert diese Modenformen als animierte Schwingungsbilder, ODS, mit farbkodierter Amplitudendarstellung. Obwohl ODS streng genommen von Eigenmoden zu unterscheiden sind, weil sie stets Beiträge aller Moden und nicht nur einer einzelnen enthalten, ist ihre Visualisierung bei ausgeprägten, gut separierten Resonanzpeaks eine zuverlässige Näherung der reinen Modenform und bildet die Grundlage für den qualitativen Modenformvergleich mit den FEM-Ergebnissen.⁸²

4.5 Validierungsstrategie

4.5.1 Zuordnung der Modenpaare

Die im Folgenden dargestellten PSV-Ergebnisse stammen aus der zweiten Messrunde. In der ersten Runde wurde vom Obersattel aus angeregt, was die Z-Auslenkung übersteuerte und zu

⁸¹ Stanbridge; Khan und Ewins 2000. S.93-95.

⁸² Pastor; Binda und Harčarik 2012, S.544 f.

unsicheren Werten führte; die asymmetrische Anregung von der Krone aus liefert aussagekräftigere Ergebnisse. Der direkte Eigenfrequenzvergleich wird für alle korrekt zugeordneten Modenpaare zwischen FEM und Kontakt-EMA durchgeführt. Die prozentuale Abweichung Δf berechnet sich als $\Delta f = |f_{\text{FEM}} - f_{\text{EMA}}| / f_{\text{EMA}} \times 100 \%$.⁸³

Als Zielgröße gilt eine mittlere Abweichung unter 5 %, ein für FEM-Modalanalysen an Holzbauteilen unter Berücksichtigung der Materialunsicherheiten realistisches und in der Literatur etabliertes Qualitätskriterium. Abweichungen darüber werden im Diskussionskapitel systematisch auf ihre Ursachen hin untersucht.

Vor jeder quantitativen Validierung müssen simulierte und experimentell identifizierte Moden einander korrekt zugeordnet werden. Das ist nicht selbstverständlich: Bei komplexen Strukturen mit dicht liegenden Eigenfrequenzen können die Moden in Simulation und Experiment in unterschiedlicher Reihenfolge auftreten, und eine Zuordnung allein nach Frequenzähnlichkeit führt dann leicht zu falschen Paaren. Abgesichert wird die Zuordnung über die MAC-Analyse: Ein hoher MAC-Wert zwischen zwei Moden belegt ihre geometrische Ähnlichkeit und bestätigt damit die Paarung.

Die Validierung teilt die Aufgaben nach den Stärken der beiden Messsysteme auf: Die Kontaktmessungen mit dem Ono Sokki dienen dank ihrer hohen Mittelungsrate als Referenz für die Zahlenwerte der Eigenfrequenzen, die Scanning-Laser-Vibrometrie mit dem PSV-500 von Polytec als Referenz für die geometrische Korrektheit der Modenformen, statistische Sicherheit auf der einen, phasenreine räumliche Auflösung auf der anderen Seite.

4.5.2 MAC-Analyse

Das Modal Assurance Criterion nach Allemang und Brown misst die Ähnlichkeit zweier Modenformvektoren als deren quadriertes, normiertes Skalarprodukt. Weil Betrag und globale Phase herausgerechnet werden, bewertet der MAC allein die räumliche Gestalt der Schwingung, nicht ihre Amplitude. In dieser Arbeit baut darauf eine dreistufige Anwendung auf, die jeweils eine eigene Frage beantwortet. Überall dort, wo räumliche Modenformen vorliegen, also in der Simulation und in der Scanning-Vibrometrie, bestätigt die MAC-Analyse die Modenzuordnung: Ein hoher MAC-Wert belegt die geometrische Ähnlichkeit und damit die Paarung.⁸⁴

⁸³ Ewins 2000. S.444-446.

⁸⁴ Pastor; Binda und Harčarik 2012. S. 544-548

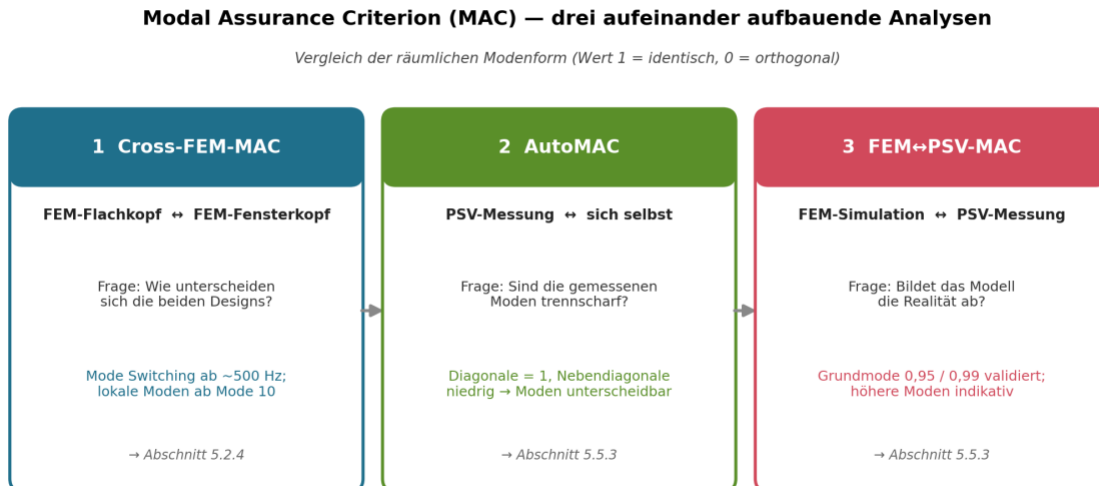


Abbildung 4.9: MAC-Schema im Überblick

Die erste Ebene ist der Cross-FEM-MAC, der rein numerische Vergleich der beiden Simulationsmodelle untereinander (Abschnitt 5.2.4). Er klärt, ob und wo sich die Modenformen von Flach- und Fensterkopf unterscheiden, und legt damit das Fundament für die spätere Zuordnung: Erst wenn feststeht, welche Moden formstabil bleiben und welche durch die Fenstergeometrie ihre Reihenfolge tauschen, auch bekannt als: mode switching, lassen sich gemessene Moden den simulierten Charakteren sinnvoll zuordnen. Weil beide Modelle unterschiedliche Netztopologien haben, werden die Knoten vorab über einen Nearest-Neighbor-Abgleich räumlich aufeinander abgebildet.^{85 86}

Die zweite Ebene ist der AutoMAC der Messung, der Vergleich des experimentell identifizierten Modensatzes mit sich selbst. Seine Diagonale ist definitionsgemäß eins; aussagekräftig sind allein die Nebendiagonalelemente. Bleiben sie niedrig, sind die gemessenen Moden räumlich trennscharf und an den verfügbaren Messpunkten eindeutig unterscheidbar, die Voraussetzung dafür, dass die anschließende Validierung trägt. Erhöhte Nebendiagonalwerte zeigen dagegen an, dass sich zwei Moden bei der gegebenen Punktdichte nicht mehr trennen lassen, also eine räumliche Unterabtastung vorliegt.⁸⁷

Die dritte Ebene ist der eigentliche FEM↔PSV-MAC, der Kreuzvergleich zwischen Simulation und Messung (Abschnitt 5.5.3). Da die Knoten des FE-Netzes geometrisch nicht mit dem Messraster zusammenfallen, werden die Messpunkte über eine geometrienerhaltende

⁸⁵ Allemang 2003, S.17.

⁸⁶ Ewins 2000. S.448-450.

⁸⁷ Siemens: *Article Detail, Modal Assurance Use Cases:*

A Modal Assurance Criterion (or MAC) analysis can be used in several different ways, online unter: <https://community.sw.siemens.com/s/article/modal-assurance-criterion-mac> (abgerufen am: 20.6.2026).

Registrierung, auch bekannt als *Similarity-ICP*, auf das FE-Netz abgebildet und die FE-Verschiebungen anschließend per Scattered Interpolation auf die Messpositionen übertragen. So bewertet der MAC-Wert die Formähnlichkeit und nicht einen geometrischen Versatz.⁸⁸

Weil jede Interpolation eine Näherung ist, bringt sie bei groben Netzen oder stark veränderlichen Formen eine Unsicherheit mit sich, bei der niederfrequenten Grundmode verschwindend gering, zu höheren Frequenzen hinzunehmend.

Zwei methodische Einschränkungen sind vorab zu nennen. Erstens liefert die Kontaktmessung mit dem Ono-Sokki-System keine räumlich aufgelösten, komplexen Eigenvektoren, sondern nur Eigenfrequenzen, Güte- und Kohärenzwerte; eine MAC-Berechnung ist für diese Säule daher nicht möglich, ihre Validierung beschränkt sich auf den Eigenfrequenzvergleich. Zweitens erfasst die Scanning-Laser-Vibrometrie nur die Schwingungskomponente in Z-Richtung. Weil sich viele höhere Moden gerade in ihren In-plane-Anteilen unterscheiden, ist ein über das ganze Spektrum belastbarer quantitativer Formabgleich aus Ein-Komponenten-Daten nicht zu erreichen. Der FEM↔PSV-MAC ist deshalb für die Grundmode quantitativ aussagekräftig, für die höheren Moden nur indikativ, eine Einordnung, die Abschnitt 5.5.3 an den Ergebnissen belegt und der qualitative Modenformvergleich (Abschnitt 5.5.4) ergänzt.⁸⁹

4.5.3 Modal effektive Masse

Die modal effektiven Massen werden aus den FEM-Ergebnissen für alle 20 berechneten Eigenmoden und alle drei Raumrichtungen bestimmt. Sie bewerten die akustische Relevanz der einzelnen Moden und erlauben, sie für die weitere Diskussion zu priorisieren: Eine Mode mit hoher modal effektiver Masse in einer Raumrichtung lässt sich durch externe Kräfte in dieser Richtung besonders leicht anregen und ist damit potenziell akustisch wirksamer.

4.6 Limitationen des Gesamtansatzes

Alle drei Methoden teilen die in Abschnitt 3.5 begründete Vereinfachung des nackten Holzkörpers ohne Stimmmechaniken, Saitenzug und Spannstabvorspannung. Sie ist für den strukturellen Vergleich beider Kopfkonstruktionen unproblematisch, schränkt aber die Übertragbarkeit der absoluten Eigenfrequenzen auf das bespielte Instrument ein.

Die FEM-Simulation idealisiert das reale System in mehrfacher Hinsicht. Die Randbedingung des Fixed Support am Unterstock überschätzt die reale Einspannsteifigkeit der Hals-Korpus-

⁸⁸ Siemens: *Article Detail, Modal Assurance Use Cases: A Modal Assurance Criterion (or MAC) analysis can be used in several different ways*, online unter: <https://community.sw.siemens.com/s/article/modal-assurance-criterion-mac> (abgerufen am: 20.6.2026).

⁸⁹ Zienkiewicz; Taylor und Fox 2014. S.285 f.

Verbindung. Die Materialparameter entstammen publizierten Literaturwerten und spiegeln möglicherweise nicht exakt die Eigenschaften der konkret untersuchten Hölzer wider.

Geometrische Imperfektionen des realen Bauteils, Faserlage, lokale Asteinschlüsse, Trockenrisse, werden nicht abgebildet. Der Halsspannstab wird nicht modelliert, da auch die Simulationen ohne Saitenzugkräfte durchgeführt werden.

Die Kontaktmessung mit Beschleunigungsaufnehmern ist auf wenige diskrete Messpunkte beschränkt, was die räumliche Auflösung der Modenformen limitiert. Trotz der Verwendung leichter Miniaturaufnehmer und Bienenwachsbefestigung ist eine gewisse Massenlagerung unvermeidlich, die insbesondere bei den höherfrequenten Moden zu einer messbaren Verschiebung der Eigenfrequenzen führen kann. Die Kontaktmessung erfasst zudem nur die Antwort am Aufnehmerstandort, nicht das vollständige flächenhafte Schwingungsfeld.

Eine Limitation der durchgeführten Kontaktmessung liegt im Fehlen der Phaseninformation im exportierten Datensatz. Dies schränkt die isolierte Rekonstruktion von Schwingungsformen allein aus den OnoSokki-Daten ein. Da jedoch die flächenhafte Modenanalyse durch das PSV-500-System integraler Bestandteil des Untersuchungsdesigns ist, bleibt die Gesamtaussagefähigkeit der Arbeit unberührt.

Die Scanning-Vibrometrie erfasst ausschließlich die Schwingungskomponente in Z-Richtung, also senkrecht zur Kopfoberfläche, und liefert damit kein vollständiges dreidimensionales Bild der schwingenden Struktur. Modenformen mit überwiegend ebenen Schwingungsanteilen werden durch die SLV nicht oder nur unvollständig abgebildet. Das Kraft-Eingangs-Spektrum der Pendelanregung an der Stirnfläche weist einen ausgeprägten Abfall mit steigender Frequenz auf, was zu reduzierten Kohärenzwerten in höheren Frequenzbereichen führt und die Zuverlässigkeit der FRF-Schätzung in diesen Bereichen einschränkt. Kohärenzeinbrüche an einzelnen Frequenzen werden transparent dokumentiert und bei der Interpretation der Modenformen berücksichtigt.

5 Ergebnisse

5.1 Vorbemerkung zur Ergebnisdarstellung

Die Ergebnisse dieser Arbeit werden in drei methodisch getrennten Abschnitten präsentiert, die der in Kapitel 4 beschriebenen Drei-Säulen-Struktur folgen. Abschnitt 5.2 stellt die Ergebnisse der FEM-Simulation dar, Abschnitt 5.3 die Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse mit Kontaktmessung, und Abschnitt 5.4 die Ergebnisse der Scanning-Laser-Vibrometrie.

Die systematische Gegenüberstellung und Validierung aller drei Ergebnissätze erfolgt in Abschnitt 5.5. Die Eigenfrequenzen werden in Hertz angegeben, Modenformen durch ihre dominante Deformationscharakteristik qualitativ beschrieben, Biegemoden in der Kopfebene (B_{xy}), Biegemoden aus der Kopfebene (B_z) und Torsionsmoden (T), und nach ihrer physikalischen Charakteristik nummeriert.

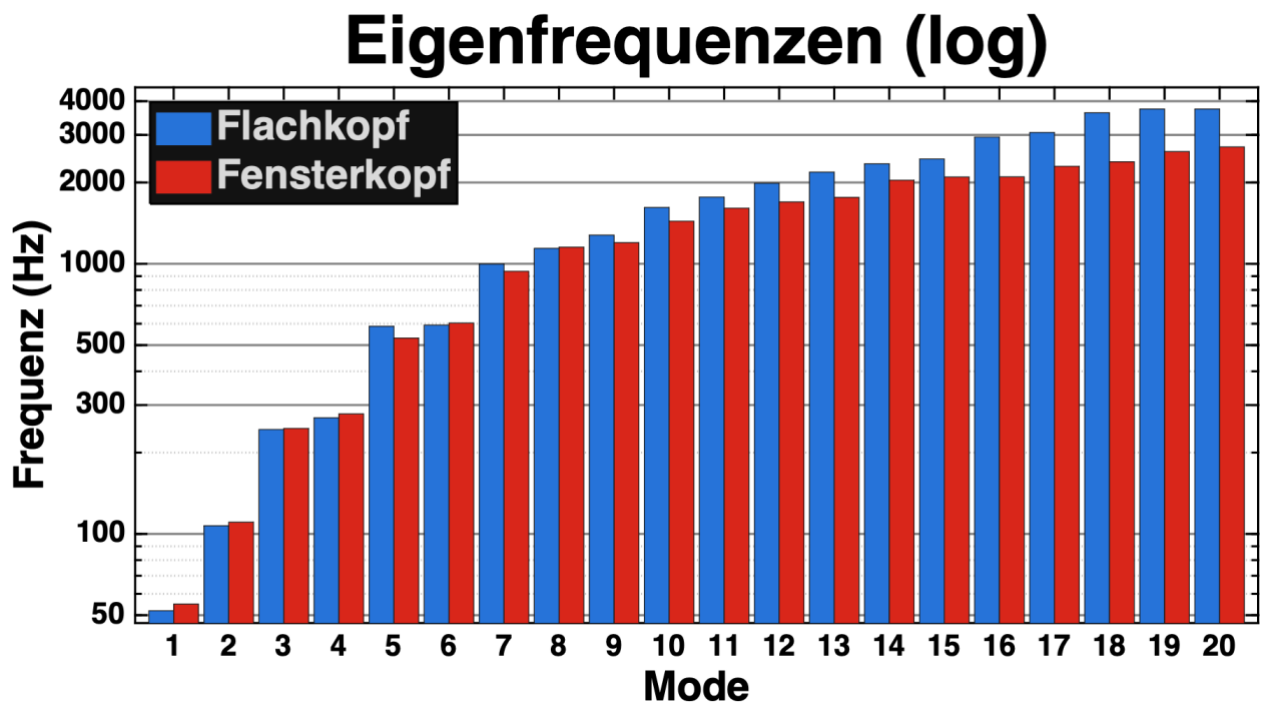


Abbildung 5.1: FEM-Eigenfrequenzen, Mesh 9, log, Flachkopf und Fensterkopf

5.2 Ergebnisse der FEM-Simulation

5.2.1 Konvergenzstudie

Zur Sicherstellung netzunabhängiger Ergebnisse wurde für beide Kopfkonstruktionen eine Konvergenzstudie mit drei Vernetzungsstufen durchgeführt: einer groben charakteristischen Elementkantenlänge ca. 8 mm, einer mittleren ca. 4 mm und einer feinen Stufe von ca. 2 mm. Tabelle 4 stellt die berechneten Eigenfrequenzen aller 20 Moden für die drei Stufen gegenüber.

Tabelle 4: Eigenfrequenzen in Hz im Vergleich der Netzfeinheiten, Mesh Tetraeder

Modus	Flachkopf (Hz)			Fensterkopf (Hz)		
	Netz Grob	Netz Mittel	Netz Fein	Netz Grob	Netz Mittel	Netz Fein
	(3)	(6)	(9)	(3)	(6)	(9)
Mode 1	52.02	52.00	51.95	55.33	55.14	54.98
Mode 2	107.36	107.26	107.24	110.78	110.69	110.56
Mode 3	244.40	244.06	243.62	247.09	246.28	245.77
Mode 4	270.10	269.47	269.08	279.49	279.30	278.25
Mode 5	590.26	588.63	587.15	532.33	531.41	530.97
Mode 6	593.85	593.30	593.24	607.24	604.81	603.45
Mode 7	1002.49	999.92	997.93	941.97	939.99	938.34
Mode 8	1148.38	1144.65	1140.90	1154.01	1152.67	1152.04
Mode 9	1278.71	1277.61	1277.29	1206.38	1201.51	1197.48
Mode 10	1624.72	1620.09	1616.41	1442.64	1440.21	1438.18
Mode 11	1773.13	1769.16	1766.56	1612.65	1608.92	1607.13
Mode 12	1993.05	1990.11	1987.81	1703.32	1697.92	1694.71
Mode 13	2193.31	2188.65	2185.56	1767.24	1763.68	1762.09
Mode 14	2368.38	2356.94	2346.10	2047.12	2043.21	2039.69
Mode 15	2450.43	2446.47	2444.57	2101.65	2098.39	2095.77
Mode 16	2960.08	2952.11	2947.25	2101.95	2099.49	2098.71
Mode 17	3097.54	3081.41	3063.48	2304.84	2299.39	2296.41
Mode 18	3639.60	3628.89	3623.72	2410.63	2400.36	2386.47
Mode 19	3751.87	3744.47	3741.60	2608.05	2604.54	2602.96
Mode 20	3781.30	3764.47	3742.17	2716.66	2711.84	2708.83

Beide Konstruktionen zeigen eine monotone Annäherung der Eigenfrequenzen mit zunehmender Netzfeinheit. Dieses Verhalten ist physikalisch konsistent: Ein zu grobes Netz schränkt die Verformungsfreiheitsgrade kinematisch ein und überschätzt dadurch die effektive Struktursteifigkeit; mit fortschreitender Verfeinerung nimmt die berechnete Steifigkeit ab, und die Lösung konvergiert von oben gegen den exakten Eigenwert. Siehe Abbildung 5.2

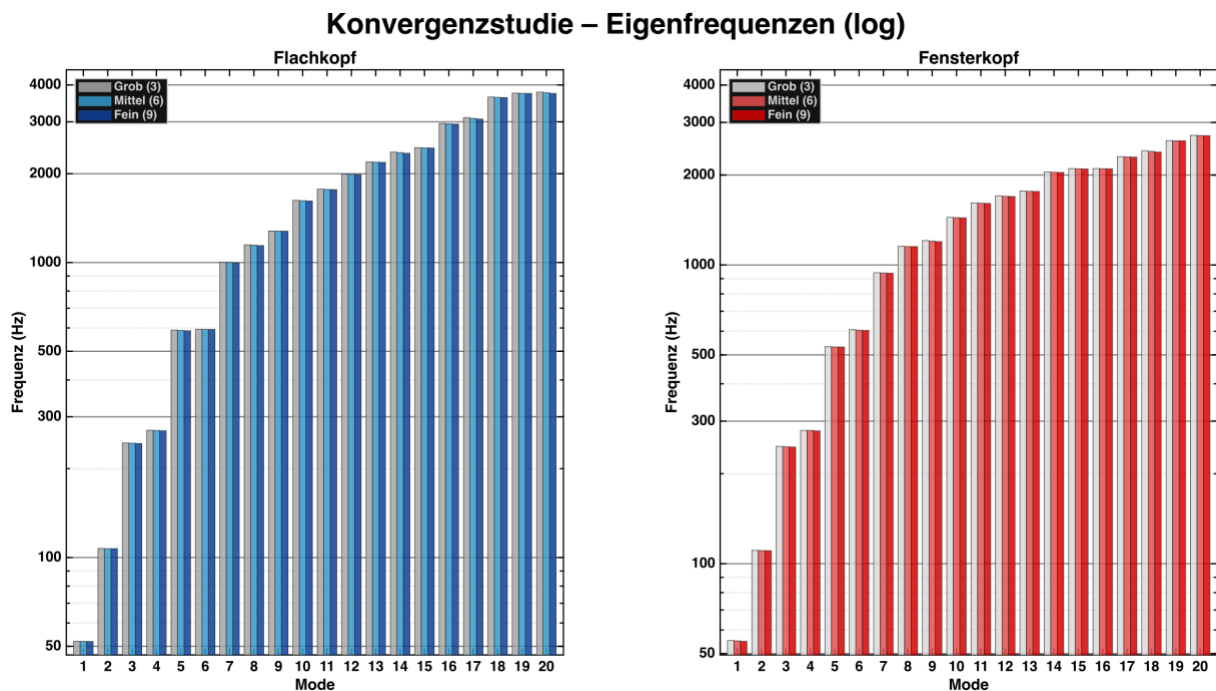


Abbildung 5.2: Eigenfrequenzen - Konvergenzstudie log, Flachkopf und Fensterkopf

Maßgeblich für den Nachweis der Netzunabhängigkeit ist der Übergang von der mittleren zur feinen Stufe. Hier liegen die relativen Abweichungen für alle 20 Moden beider Konstruktionen unter 0,6 % (Flachkopf maximal 0,60 % bei Mode 20, Fensterkopf maximal 0,58 % bei Mode 18) und damit deutlich innerhalb des angesetzten Konvergenzkriteriums von 1 %. Die Gesamtänderung von der groben zur feinen Stufe fällt erwartungsgemäß größer aus und überschreitet die 1-%-Marke lediglich bei einzelnen höherfrequenten Moden geringfügig (Flachkopf Mode 17: 1,11 %, Mode 20: 1,05 %; Fensterkopf Mode 18: 1,01 %); für die niederfrequenten Moden 1–10 bleibt sie beim Flachkopf durchgängig unter 0,7 %.

Abbildung 5.2 visualisiert die relativen Abweichungen der groben und der mittleren gegenüber der feinen Stufe. Da der Übergang von der mittleren zur feinen Stufe das Konvergenzkriterium für sämtliche Moden erfüllt, wird die feine Netzstufe mit ca. 2 mm Elementlänge als Grundlage aller weiteren Simulationen festgelegt. Die Netzunabhängigkeit der Ergebnisse ist damit nachgewiesen.

Konvergenzstudie – MEM pro Richtung

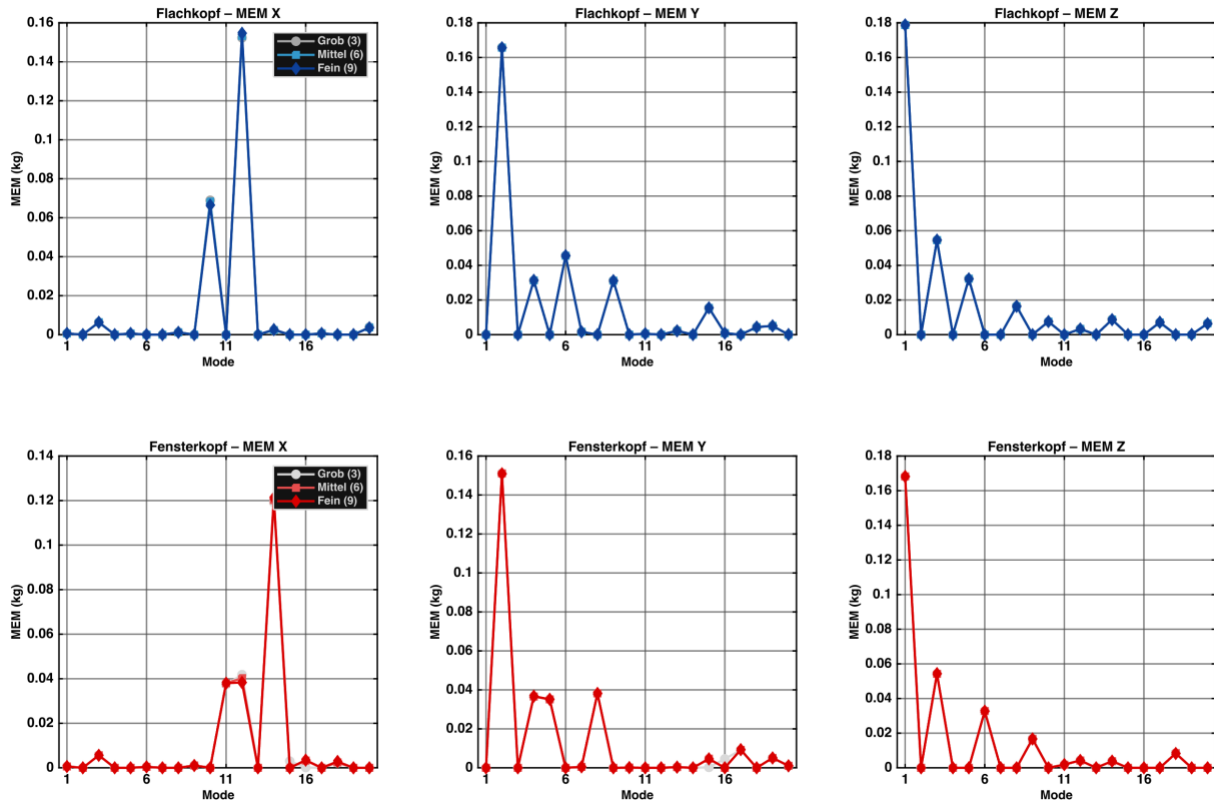


Abbildung 5.3: MEM-Konvergenzstudie, Flachkopf und Fensterkopf

5.2.2 Eigenfrequenzen und Modenformen

Tabelle 4 stellt die berechneten Eigenfrequenzen beider Kopfkonstruktionen aus allen Netzstufen vollständig gegenüber. Es wird das feinste Netz Stufe 9 als Referenz verwendet. Die erste Eigenfrequenz beträgt für den Flachkopf 51,95 Hz und für den Fensterkopf 54,98 Hz. Der Fensterkopf liegt damit in seiner ersten Mode um 3,03 Hz beziehungsweise 5,8 % über dem Flachkopf. Dies erscheint zunächst kontraintuitiv, da der Fensterkopf durch die Fenster eine reduzierte Querschnittsfläche und damit eine geringere Biegesteifigkeit aufweist. Die Massenreduktion von 11,27 % gegenüber dem Flachkopf überwiegt hier den Steifigkeitsverlust, sodass der Quotient aus Steifigkeit und Masse, und damit die Eigenfrequenz, für die erste Biegeeigenform ansteigt. Dieser Befund bestätigt die in Abschnitt 3.4.2 formulierte Erwartung, dass keine pauschale Aussage über die Richtung der Eigenfrequenzverschiebung möglich ist, solange die modale Deformationscharakteristik nicht berücksichtigt wird.

Im mittleren Frequenzbereich kehrt sich das Bild für eine Reihe von Moden um. Ab Mode 5 liegt der Fensterkopf für bestimmte Moden unterhalb des Flachkopfes, ein Zeichen dafür, dass für diese Modenformen die Steifigkeitsreduktion durch die Fenster dominiert. Besonders

ausgeprägt ist dieser Effekt in den Moden 7, 9 und 10, bei denen der Fensterkopf um mehrere Prozent tiefere Eigenfrequenzen aufweist.

Im Bereich unterhalb von 800 Hz finden sich bei beiden Konstruktionen jeweils sechs Moden. Im Bereich zwischen 800 Hz und 3000 Hz weist der Flachkopf zehn Moden auf, der Fensterkopf vierzehn. Oberhalb von 3000 Hz liegen beim Flachkopf vier Moden, beim Fensterkopf keine.

Die Modenverteilung zeigt damit eine tendenzielle Verschiebung des Fensterkopfes zu mittleren Frequenzen, während der Flachkopf seine Moden etwas gleichmäßiger über den gesamten Bereich verteilt. Der Medianwert der Eigenfrequenzen liegt beim Flachkopf bei 1691,5 Hz und beim Fensterkopf bei 1522,7 Hz. Die Standardabweichung des Flachkopfes ist mit 1248,1 Hz größer als die des Fensterkopfes mit 869,0 Hz, was auf eine breitere Streuung der Eigenfrequenzen über den Frequenzbereich hinweist.

Die prozentuale Abweichung im Sim/Mess-Vergleich wird, wie in Abschnitt 4.5.1 definiert, stets auf die gemessene Eigenfrequenz bezogen; sie wird hier lediglich vorzeichenbehaftet als $(f_{\text{Mess}} - f_{\text{Sim}}) / f_{\text{Mess}} \times 100 \%$ angegeben, um die Richtung der Abweichung sichtbar zu machen. Die Gegenüberstellung zeigt, dass die Eigenfrequenzen beider Konstruktionen systematisch voneinander abweichen, wobei das Vorzeichen der Abweichung modenabhängig ist: Für die überwiegend aus der Ebene schwingenden Biegemoden (B_z) ergibt sich eine Erhöhung der Eigenfrequenzen beim Fensterkopf, während für die in der Ebene liegenden Biegemoden (B_{xy}) das Vorzeichen umgekehrt ist. Dies ist physikalisch konsistent: Die Fenster reduzieren die Steifigkeit in der Kopfebene stärker als die Steifigkeit senkrecht zur Kopfebene, da sie den zur Biegung in der Ebene wirksamen Querschnitt direkt unterbrechen. Die Torsionsmoden zeigen die stärksten relativen Frequenzverschiebungen, was die ausgeprägte Sensitivität der Torsionssteifigkeit gegenüber den Fenstergeometrie unterstreicht.

5.2.3 Sensitivitätsstudie der Materialparameter

Tabelle 5: Sensitivitätsanalyse, Abweichung in Prozent

Modus	E-Plus (%)	E-Minus (%)	Rho-Plus (%)	Rho-Minus (%)
Mode 1	2.2298	2.2941	2.4106	2.5988
Mode 2	1.8818	1.9620	2.4105	2.5989
Mode 3	1.5553	1.6308	2.4107	2.5987
Mode 4	0.4746	0.4828	2.4108	2.5985
Mode 5	1.3739	1.4400	2.4106	2.5987
Mode 6	1.3723	1.4450	2.4107	2.5986
Mode 7	0.2079	0.2189	2.4107	2.5989
Mode 8	1.3007	1.3700	2.4113	2.5988
Mode 9	1.0655	1.1305	2.4106	2.5985
Mode 10	1.3988	1.4916	2.4109	2.5984
Mode 11	0.3051	0.3193	2.4109	2.5988
Mode 12	1.7421	1.7939	2.4107	2.5988
Mode 13	0.2398	0.2658	2.4108	2.5989
Mode 14	1.0119	1.0716	2.4108	2.5988
Mode 15	0.8840	0.9310	2.4106	2.5988
Mode 16	0.2372	0.2548	2.4107	2.5987
Mode 17	0.9098	0.9694	2.4107	2.5987
Mode 18	0.4195	0.4827	2.4108	2.5984
Mode 19	0.5209	0.8879	2.4107	2.5986
Mode 20	0.8449	0.5374	2.4106	2.5988

Zur Abschätzung des Einflusses unvermeidlicher Materialunsicherheiten auf die berechneten Eigenfrequenzen wurde eine Sensitivitätsstudie am Flachkopf durchgeführt. Dabei wurden der Longitudinalelastizitätsmodul E_L und die Rohdichte ρ unabhängig voneinander um jeweils ± 5 Prozent um ihren Nominalwert variiert, während alle übrigen orthotropen Materialparameter konstant gehalten wurden. Tabelle 5 fasst die resultierenden relativen Frequenzänderungen je Mode zusammen.

Der Einfluss der Rohdichte ist über die Beziehung $f \propto \rho^{(-1/2)}$ analytisch ableitbar: Eine gleichmäßige Dichteänderung skaliert die modale Masse aller Moden proportional und verschiebt sämtliche Eigenfrequenzen um denselben Faktor. Die Simulation bestätigt dies

eindeutig, eine Dichteerhöhung um 5 % senkt alle Eigenfrequenzen um 2,41 %, eine Verringerung um 5 % erhöht sie um 2,60 % (im Mittel $\approx \pm 2,5$ %). Die Streuung dieses Werts über alle 20 Moden ist praktisch null; die Dichte wirkt somit global und modenunabhängig. Die geringfügige Asymmetrie zwischen +2,60 % und -2,41 % ist die unmittelbare Folge der nichtlinearen Wurzelbeziehung und kein numerisches Artefakt.

Der Elastizitätsmodul zeigt ein grundlegend anderes Verhalten: Seine Sensitivität streut modenabhängig von 0,22 % (Mode 7) bis 2,29 % (Mode 1). Diese Streuung ist physikalisch interpretierbar, biegedominierte Moden, deren Verformungsenergie überwiegend im schlanken Halsschaft konzentriert ist, reagieren empfindlich auf E_L , da dieser die Biegesteifigkeit unmittelbar bestimmt; lokal im Kopfbereich deformierende Moden sind hingegen kaum betroffen. Das asymmetrische Verhalten von E-Plus- und E-Minus-Variation bei den höchsten Moden (19, 20) weist auf beginnende Modenvertauschungen hin, bei denen die eindeutige Zuordnung zwischen Referenz- und Variationszustand verloren geht; die entsprechenden Werte sind daher nur eingeschränkt belastbar.

Zusammenfassend sind bei einer Materialunsicherheit von ± 5 % Eigenfrequenzabweichungen von bis zu etwa 2,3 % E-Modul, biegedominierte Moden, beziehungsweise rund 2,5 % Dichte zu erwarten. Abweichungen zwischen Simulation und Experiment, die innerhalb dieser Bänder liegen, lassen sich vollständig durch die Unsicherheit der Materialparametrierung erklären und sind kein Hinweis auf einen systematischen Modellierungsfehler. Dieser Befund bildet die quantitative Grundlage für die Bewertung der Simulations-Mess-Abweichungen in Abschnitt 5.5.2.

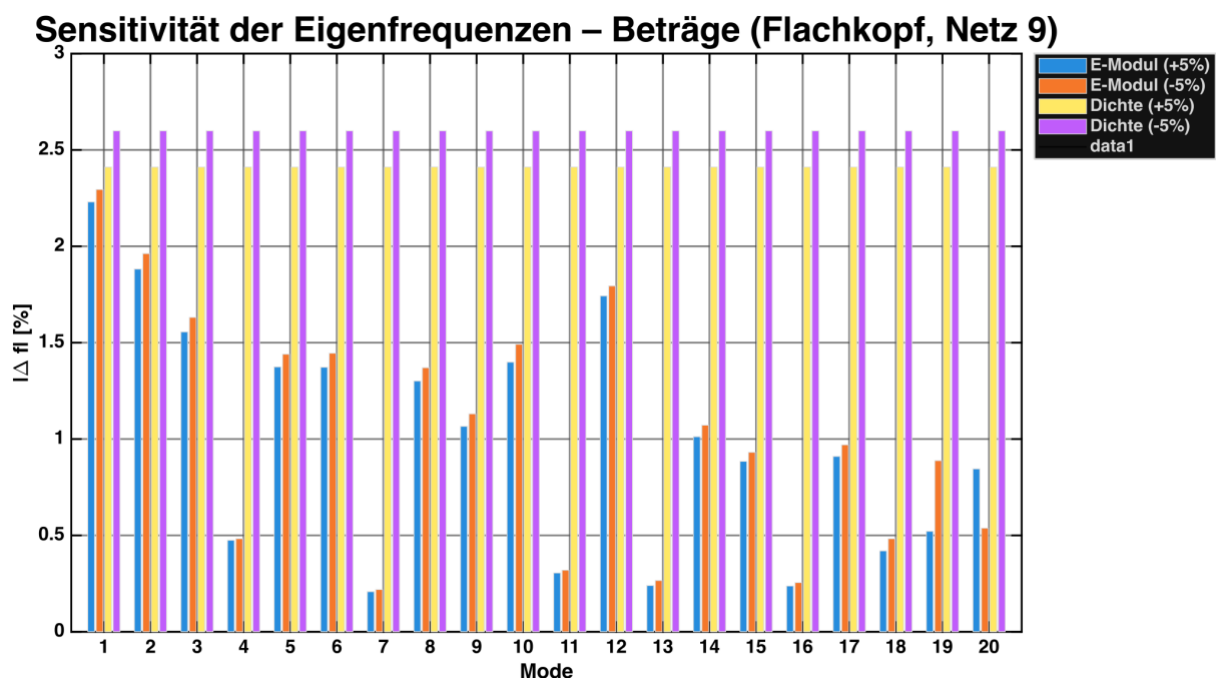


Abbildung 5.4: FEM-Sensitivität der Eigenfrequenzen

5.2.4 Cross-FEM MAC-Analyse

Während der MAC üblicherweise Simulation und Experiment abgleicht, wird er auf der ersten Analyseebene (Abschnitt 4.5.2) rein numerisch zwischen den beiden FE-Modellen angewandt, um über die Eigenfrequenzen hinaus auch die geometrische Ähnlichkeit der Modenformen von Flach- und Fensterkopf zu bewerten. Grundlage sind die ParaView-Exporte der feinen Netzstufe 9. Da beide Modelle unterschiedliche Knotenanzahlen und Netztopologien aufweisen, werden die Fensterkopf-Knoten vor der MAC-Berechnung über einen Nearest-Neighbor-Algorithmus räumlich auf die Flachkopf-Struktur abgebildet.

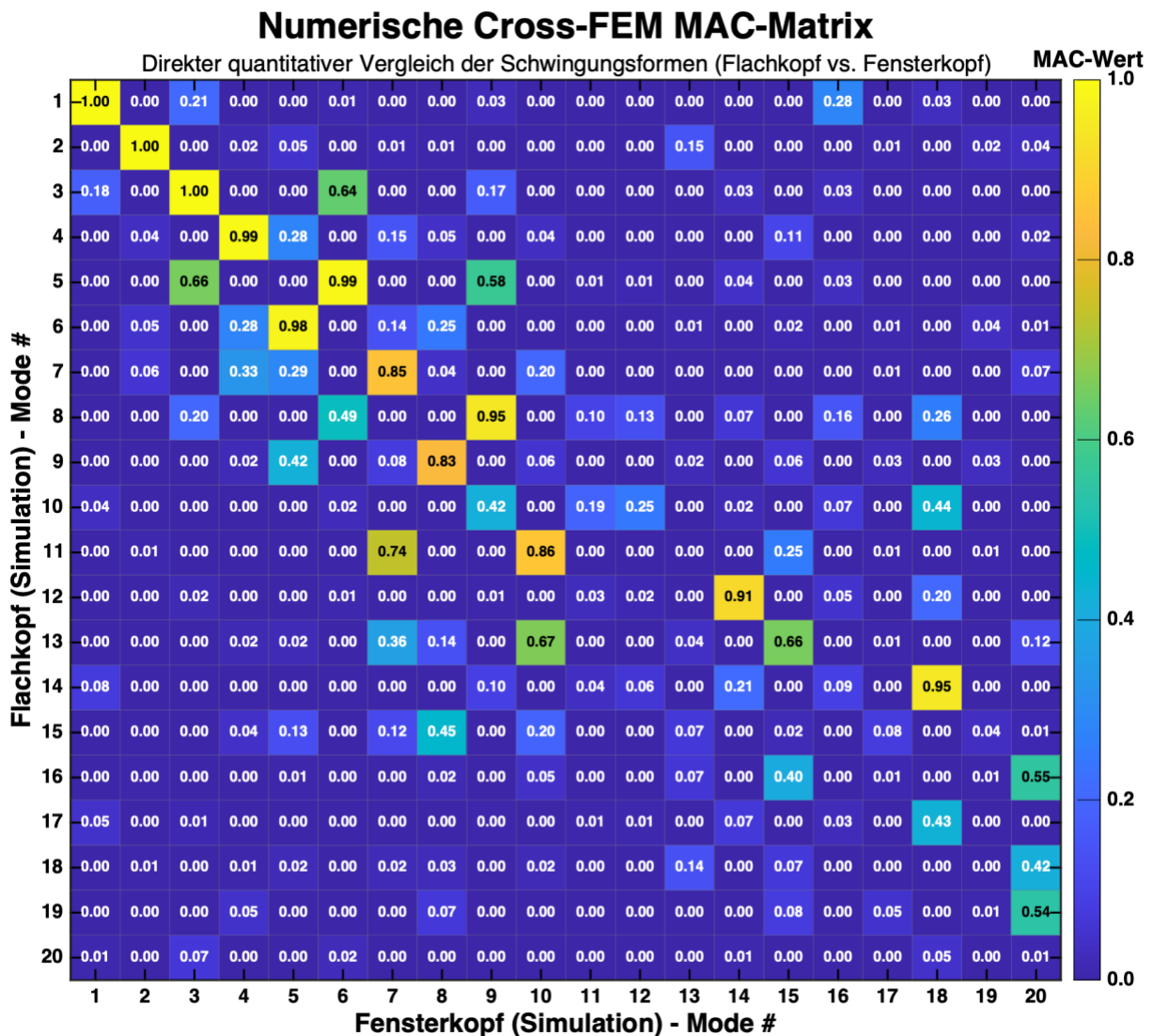


Abbildung 5.5: Cross-FEM-MAC-Matrix (Flachkopf vs. Fensterkopf, Netz 9)

Beide Netze liegen im selben Konstruktionskoordinatensystem, sodass keine Registrierung, sondern nur eine Knotenkorrespondenz erforderlich ist; bei einem Knotenabstand deutlich unterhalb der Wellenlänge der globalen Moden ist die resultierende Zuordnungsunschärfe für die niederfrequenten Moden vernachlässigbar. Die resultierende 20×20-MAC-Matrix offenbart

drei distinkte Frequenzregime, die den Einfluss der Fenstergeometrie auf die Modenformgeometrie belegen.

Im ersten Regime, den globalen Moden 1 bis 4, liegen die diagonalen MAC-Werte bei 0,99998, 0,99961, 0,99831 und 0,99274. Werte nahe eins belegen, dass es sich um geometrisch identische Modenformen handelt, im Wesentlichen Biege- und Torsionsmoden des gesamten Halssystems. Die Kopfgeometrie hat in diesem niederfrequenten Bereich keinen nennenswerten Einfluss auf die räumliche Deformationscharakteristik; sie verschiebt, wie in Abschnitt 5.2.2 gezeigt, lediglich die Eigenfrequenzen.

Im zweiten Regime zeigt sich bei den Moden 5, 6, 8 und 9 ein Mode Switching: Die diagonalen MAC-Werte brechen auf Werte nahe null ein (beispielsweise $1,3 \cdot 10^{-5}$ bei Mode 5), da ein direkter Vergleich gleicher Modenordnungen scheitert, die Modenformen haben ihre Reihenfolge getauscht. Die Best-Match-Analyse der Nebendiagonalelemente löst dies auf: Flachkopf-Mode 5 korrespondiert mit Fensterkopf-Mode 6 (MAC = 0,989), Mode 6 mit Mode 5 (0,981), Mode 8 mit Mode 9 (0,946) und Mode 9 mit Mode 8 (0,829). Die Modenformen selbst bleiben also nahezu identisch (MAC > 0,94), tauschen aber aufgrund der durch die Fenster veränderten Steifigkeits- und Massenverteilung ihre numerische Reihenfolge im Spektrum. Mode 7 bildet mit einem diagonalen MAC von 0,852 eine formstabile Ausnahme.

Tabelle 6: Cross-FEM-MAC Übersicht

Flachkopf Mode	Fensterkopf Mode (Best Match)	MAC-Wert	Charakteristik
1	1	1,000	Identisch (global)
2	2	1,000	Identisch (global)
3	3	0,998	Identisch (global)
4	4	0,993	nahezu identisch
5	6	0,989	Mode Switching
6	5	0,981	Mode Switching
7	7	0,852	formstabil
8	9	0,946	Mode Switching
9	8	0,829	Mode Switching
10+	Variabel (nicht-injektiv)	< 0,22 (Diagonale)	Lokale Moden / Modal Coupling

Im dritten Regime, ab Mode 10, brechen die diagonalen MAC-Werte dauerhaft ein (alle Diagonalwerte unter 0,22). Einzelne Moden besitzen zwar weiterhin einen formähnlichen Partner an verschobener Position (etwa Flachkopf-Mode 12 $\leftrightarrow$ Fensterkopf-Mode 14 mit 0,91 oder Flachkopf-Mode 14 $\leftrightarrow$ Fensterkopf-Mode 18 mit 0,95), doch wird die Zuordnung zunehmend nicht-injektiv: Mehrere Flachkopf-Moden beanspruchen denselben Fensterkopf-Partner (etwa die Moden 16, 18 und 19 jeweils Mode 20), sodass eine eindeutige 1:1-Paarung nicht mehr möglich ist. Ursächlich ist die zunehmende Lokalisierung der Modenformen auf den Kopfbereich: Durch die gefrästen Fenster entstehen beim Fensterkopf hochkomplexe, geometriegetriebene lokale Deformationsmuster wie etwa lokale Steg-Biegungen, die beim homogenen Flachkopf in dieser Form nicht existieren. Hinzu kommt eine methodische Grenze des Cross-FEM-Vergleichs selbst: Da der Nearest-Neighbor-Abgleich Knoten zweier im Kopfbereich geometrisch nicht mehr deckungsgleicher Domänen, Vollmaterial gegenüber Fenster, aufeinander abbildet, ist der Einbruch der MAC-Werte dort teils physikalisch, echte Formdivergenz, teils methodisch bedingt. Für die globalen niederfrequenten Moden, deren Deformation außerhalb des Kopfbereichs liegt, bleibt dieser Effekt vernachlässigbar.

Zusammenfassend belegt die Cross-FEM-MAC-Analyse, dass die Kopfkonstruktion oberhalb von etwa 500 Hz nicht nur die Eigenfrequenzen, sondern die topologische Struktur der Modenformen verändert. Dieses Ergebnis bildet zugleich die Grundlage für die spätere Modenzuordnung in der Validierung (Abschnitt 5.5.3): Es ist bekannt, welche Moden formstabil bleiben und welche ihre Reihenfolge tauschen.

5.3 Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse mit Kontaktmessung

5.3.1 Gemittelte FRFs beider Kopfkonstruktionen

Im Frequenzbereich bis 2500 Hz werden für den Flachkopf 15 Eigenmoden identifiziert, die den ersten 15 FEM-Moden im Bereich von 51,95 Hz bis 2444,57 Hz entsprechen. Die erste Eigenfrequenz wird in Y-Richtung bei 54,69 Hz gemessen und weicht damit um 5 % vom FEM-Wert von 51,95 Hz ab. In X- und Z-Richtung wird für Mode 1 jeweils ein anderer lokaler Peak als nächster Treffer identifiziert (73,44 Hz bzw. 81,25 Hz), was darauf hinweist, dass die erste Biegeeigenform vorwiegend eine Y-Richtungskomponente besitzt und in den anderen Richtungen einen geringen Anteil an der Systemantwort hat. Ab Mode 3 liegen die Eigenfrequenzabweichungen zwischen FEM und EMA in Z-Richtung überwiegend unterhalb von 6 %, mit einem mittleren absoluten Abweichungswert von 3,2 % über die Moden 3 bis 20, jeweils FEM-Mode gegen nächstgelegenen gemessenen Peak, Fensterkopf analog mit 2,9 %.

Die qualitative Modenfolge stimmt mit der FEM-Vorhersage überein: Die ersten identifizierten Moden sind Biegemoden, gefolgt von Torsions- und kombinierten Formen in den höheren Modenordnungen.

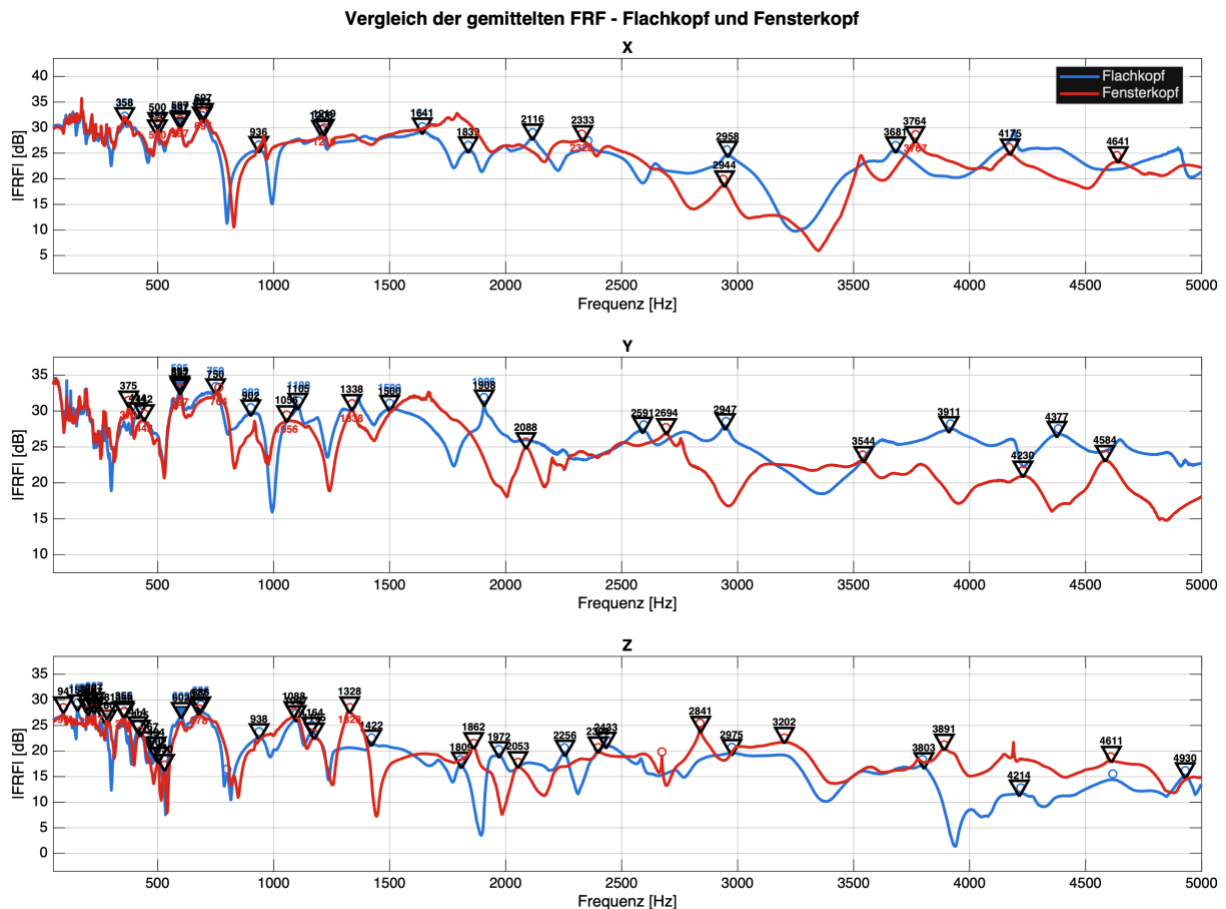


Abbildung 5.6: OnoSokki, gemittelte FRF beider Kopfkonstruktionen

Die experimentell identifizierten Modenformen stimmen in ihrer qualitativen Charakteristik mit den FEM-Vorhersagen überein: Die Knotenlinien liegen an erwarteten Positionen, und die Amplitudenverteilung zeigt das für den Flachkopf erwartete räumlich gleichmäßige Muster. Für den Fensterkopf werden im Frequenzbereich bis 2500 Hz ebenfalls 15 Eigenmoden identifiziert. Die erste Eigenfrequenz liegt in X- und Y-Richtung bei 62,5 Hz und damit um 12 % oberhalb des FEM-Wertes von 54,98 Hz. Diese gegenüber dem Flachkopf größere Abweichung in Mode 1 ist auf die endliche Nachgiebigkeit der realen Einspannung zurückzuführen (vgl. Abschnitt 6.2). Für die Moden 3 bis 20 liegt der mittlere absolute Abweichungswert in Z-Richtung bei 2,9 %, was den Zielbereich von 5 % deutlich unterschreitet. Die Modenfolge entspricht qualitativ der FEM-Vorhersage.

Die experimentellen Modenformen des Fensterkopfes zeigen die erwartete räumliche Inhomogenität: Die Amplitudenverteilung ist über die Kopfbreite differenzierter als beim

Flachkopf, und die Stegbereiche sind in den Modenformen als lokale Steifigkeitskonzentrationspunkte erkennbar.

Der experimentelle Direktvergleich bestätigt die aus der FEM gewonnene Tendenz einer modenabhängigen Eigenfrequenzverschiebung. Für die erste Eigenfrequenz liegt der Fensterkopf mit 62,5 Hz (Y-Richtung) um 14,2 % über dem Flachkopf-Wert von 54,69 Hz, ein Befund, der die FEM-Vorhersage einer höheren ersten Eigenfrequenz des Fensterkopfes qualitativ bestätigt, wenngleich der absolute Wert durch Mode-1-Identifikationsunsicherheiten eingeschränkt interpretierbar ist. Ab Mode 3 zeigt der experimentelle Vergleich dieselbe modenspezifische Differenzierungsstruktur wie die Simulation: Für bestimmte Moden liegt der Fensterkopf höher, für andere tiefer als der Flachkopf. Die modalen Dämpfungsgrade beider Konstruktionen liegen im selben Wertebereich ($\zeta = 0,014$ bis $0,38$); eine statistisch abgesicherte Aussage über konstruktionsbedingte Dämpfungsunterschiede ist auf Basis je eines Exemplars nicht möglich, wobei die oberen ζ -Werte messtechnisch limitierte Peaks niedriger Güte widerspiegeln und nicht als reale Strukturdämpfung zu interpretieren sind.

5.3.2 Qualität der Messungen

Die Qualität der experimentellen Modalanalyse wird anhand der Kohärenzfunktionen und der Konsistenz der gemittelten FRFs beurteilt. Abbildung 5.7 zeigt die gemessenen Kohärenzkurven für den Flachkopf bei Anregung des Obersattelbereichs, leicht versetzt aus der Mitte Richtung Bass.

Die Kohärenzfunktion liegt im Messbereich von 100 bis 2500 Hz für beide Kopfkonstruktionen an den Resonanzpeaks überwiegend oberhalb von 0,95. In X-Richtung werden für den Flachkopf 13 von 15 Moden im Zielbereich mit einem Kohärenzwert $\gamma^2 > 0,9$ identifiziert; zwei Moden zeigen reduzierte Kohärenz zwischen 0,47 und 0,55, was auf geringe modale Observabilität an den gewählten Messpositionen in dieser Richtung zurückzuführen ist. Die Z-Richtung weist die höchste Messqualität auf: Alle identifizierten Resonanzen zeigen dort Kohärenzwerte oberhalb von 0,85, die überwiegende Mehrzahl oberhalb von 0,99. Die Mittelung über zehn Anschläge je Anregungsort gewährleistet eine statistisch stabile FRF-Schätzung; die Q-Faktoren der identifizierten Moden liegen im Bereich von 1,3 bis 37, entsprechend modalen Dämpfungsgraden von $\zeta = 0,014$ bis $\zeta = 0,38$. Siehe Abbildung 5.7. Auch das gemittelte Leistungsspektrum kann visuell verglichen werden in Abbildung 5.8.

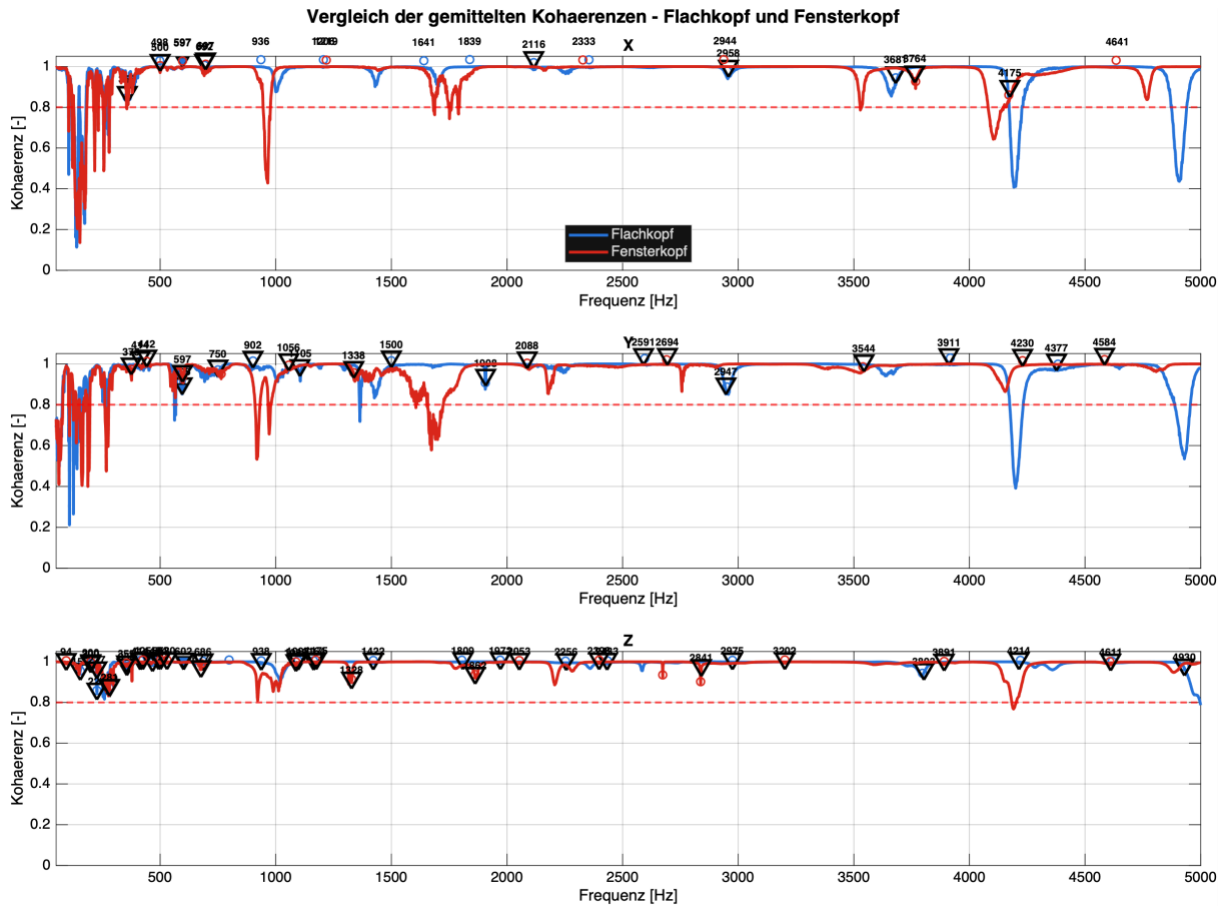


Abbildung 5.7: OnoSokki, gemittelte Kohärenz beider Kopfkonstruktionen

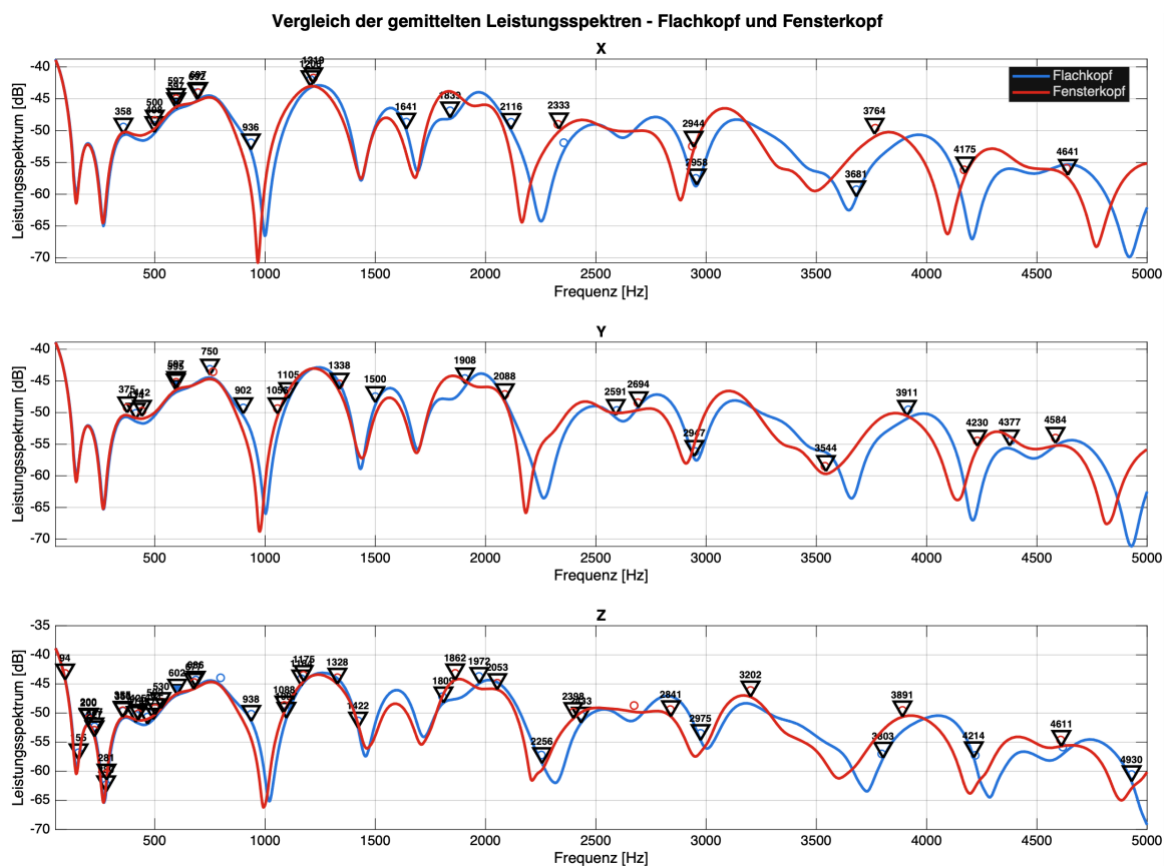


Abbildung 5.8: OnoSokki, gemitteltes Leistungsspektrum beider Kopfkonstruktionen

5.4 Ergebnisse der Scanning-Laser-Vibrometrie

5.4.1 Identifizierte Moden und Modenformen beider Kopfkonstruktionen

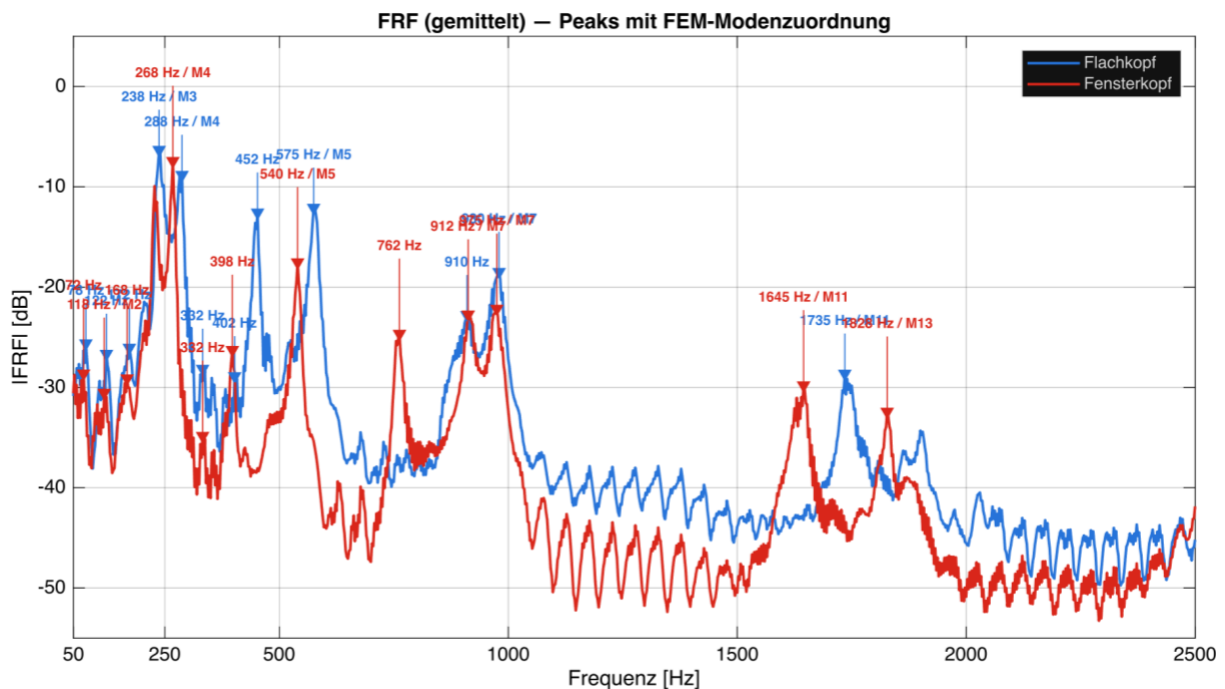


Abbildung 5.9: PSV-Messungen, gemittelte FRF, Flachkopf und Fensterkopf

Anhand der Summen-FRF werden für den Flachkopf im ausgewerteten Frequenzbereich ab 50 Hz 15 Resonanzen zwischen 58,7 und 2266,3 Hz akzeptiert. Die nach Peakamplitude in der $FRF_{H1\text{ Vel}}$ dominantesten Moden liegen bei 142,9 Hz (8,6 dB; Kohärenz 0,91), 168,3 Hz (3,3 dB; 0,95), 250,2 Hz (−1,0 dB; 0,98) und 312,6 Hz (−1,6 dB; 0,84). Diese Moden repräsentieren die durch den Pendelimpuls an der Stirnfläche am effizientesten in Z-Richtung anregbaren Strukturmoden.

Die quantitative Übereinstimmung dieser Resonanzen mit den FEM-Eigenfrequenzen und den Kontakt-EMA-Befunden wird in Abschnitt 5.5.2 ausgewertet; die frequenzvalidierten FEM–PSV-Modenpaare zeigen dort eine mittlere absolute Abweichung von 1,6 % (Flachkopf) bzw. 1,2 % (Fensterkopf).

Die flächenhaften Modenformen aus der Scanning-Vibrometrie zeigen für den Flachkopf eine räumlich gleichmäßige Amplitudenverteilung, die mit der FEM-Vorhersage qualitativ übereinstimmt. Die Knotenlinien sind in den Scanning-Ergebnissen klar erkennbar und liegen an denselben geometrischen Positionen, die die FEM-Simulation vorhersagt. Die bilaterale Symmetrie der Modenformen, beide Hälften des Kopfes schwingen gleichphasig bei Biegemoden und gegenphasig bei Torsionsmoden, ist in den PSV-Amplitudenbildern deutlich ausgeprägt und spiegelt die homogene Steifigkeitsverteilung des Vollkörpers wider. Die hohe räumliche Auflösung des Scan-Grids mit 95 Messpunkten erlaubt eine detaillierte

Rekonstruktion der Modenformgeometrie, die über die punktuellen Informationen der Kontaktmessung deutlich hinausgeht.

Für den Fensterkopf werden 15 Resonanzen zwischen 54,95 und 2390,5 Hz akzeptiert. Die dominantesten Moden liegen bei 140,0 Hz (5,9 dB; 0,92), 158,9 Hz (-1,6 dB; 0,97), 294,1 Hz (-7,2 dB; 0,90) und 510,4 Hz (-8,0 dB; 0,87). Der stärkste Peak des Fensterkopfes liegt mit 5,9 dB rund 2,7 dB unter dem des Flachkopfes (8,6 dB), was auf eine durch die Fenstergeometrie etwas inhomogenere Krafteinleitung in Z-Richtung an der Stirnfläche hindeutet.

Die Scanning-Ergebnisse des Fensterkopfes zeigen deutlich ausgeprägtere Modenforminhomogenitäten als der Flachkopf. Die Fensterbereiche erscheinen in den flächenhaften Amplitudenkarten als Diskontinuitätszonen, an denen die Phasen- und Amplitudenverteilung abrupt wechselt. Der Mittelsteg und die Fensterflanken sind als lokale Amplitudenstrukturen klar sichtbar und bestätigen die aus der FEM-Simulation gewonnene Vorstellung einer durch die Fenstergeometrie strukturierten Modenformgeometrie. In den Torsionsmoden sind die gegenphasig schwingenden Hälften des Kopfes deutlich erkennbar, wobei die Fenster die Knotenlinie definieren.

Die erste akzeptierte Resonanz liegt beim Fensterkopf bei 54,95 Hz und beim Flachkopf bei 58,7 Hz, beide nahe der unteren Kohärenzgrenze. Die quantitative Einordnung dieser Grundtöne gegenüber FEM und Kontaktmessung sowie die MAC-Validierung der Grundmode erfolgen in den Abschnitten 5.5.2 und 5.5.3.

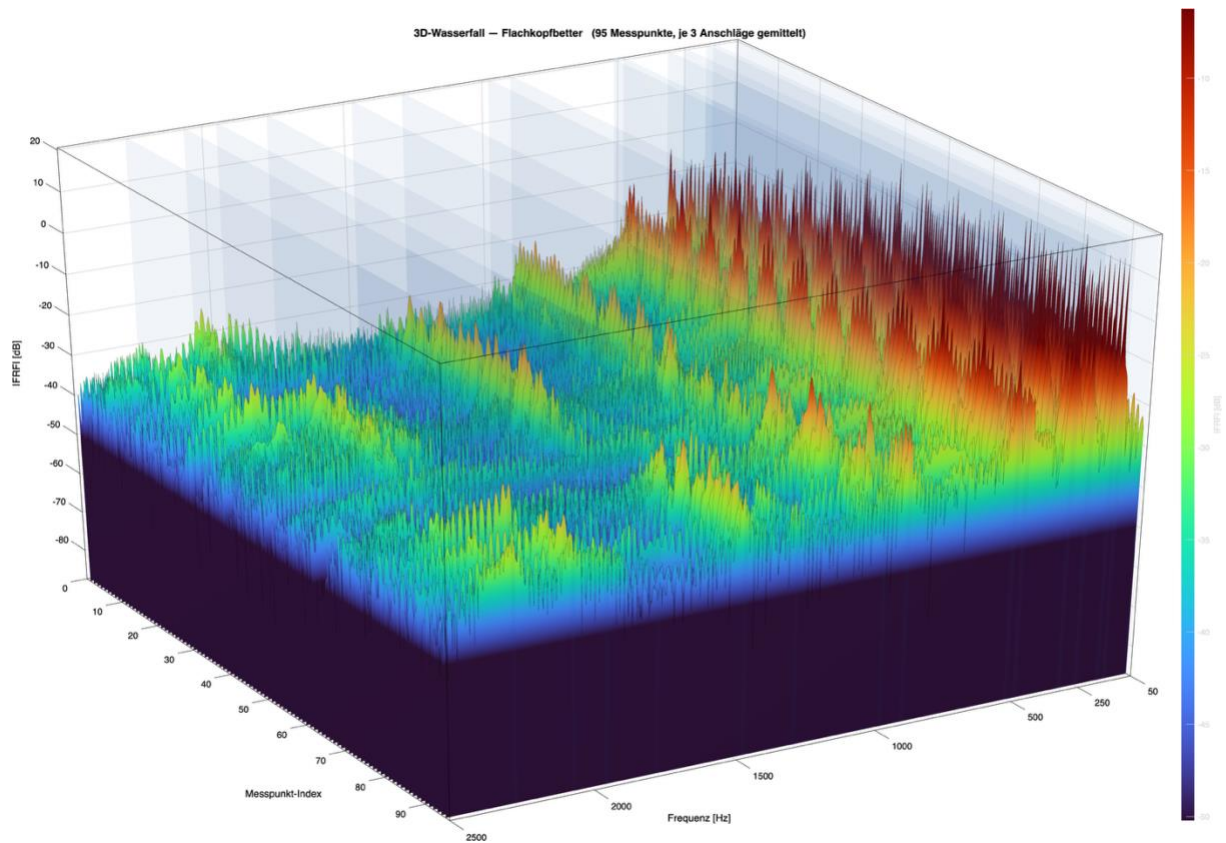


Abbildung 5.10: FRF 3D - Wasserfalldiagramm Flachkopf, 95 Messpunkte

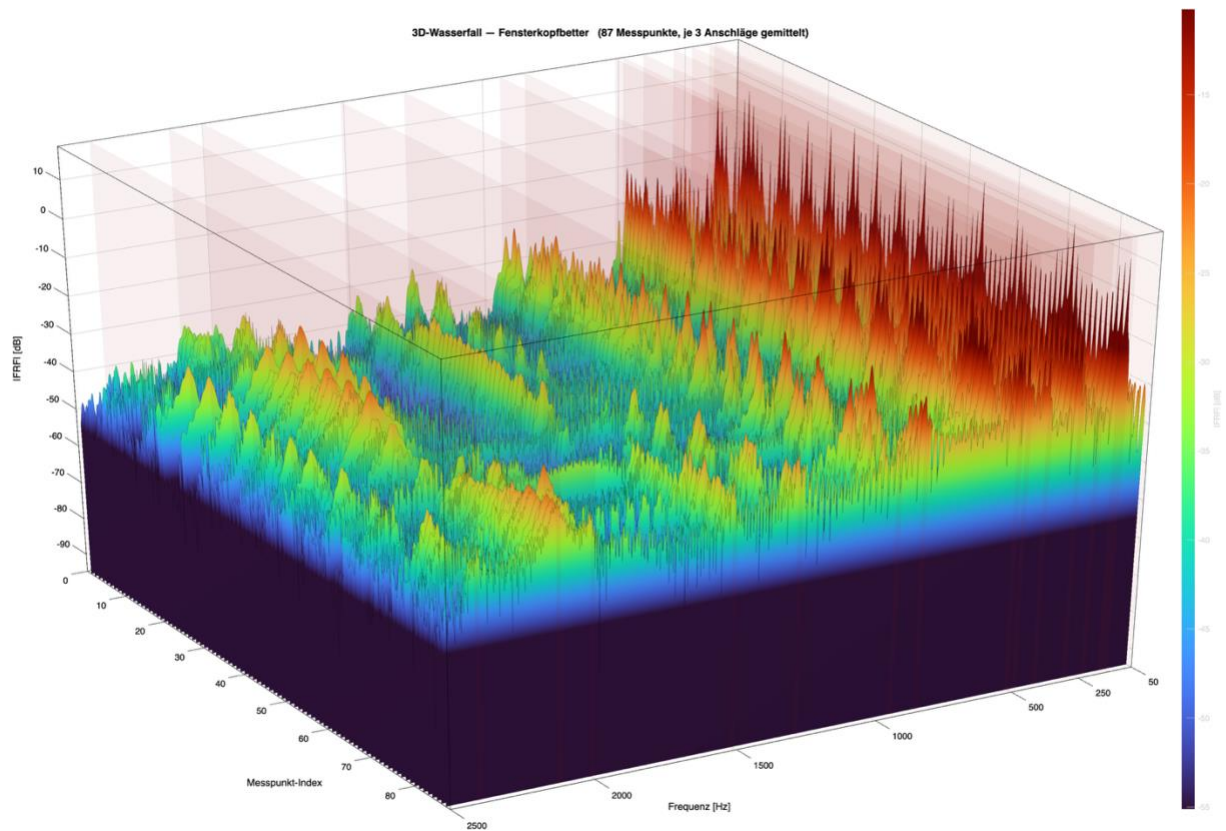


Abbildung 5.11: FRF 3D - Wasserfalldiagramm Fensterkopf, 87 Messpunkte

5.4.2 Qualität der Scanning-Messungen

Für beide Kopfkonstruktionen wurden jeweils zwei Messkampagnen mit dem PSV-500 durchgeführt. Die Vorkampagne diente der Orientierung und Konfigurationsoptimierung; die zweite Hauptkampagne wurde nach Anpassung der Anregungsposition und Hammerspitze durchgeführt und liefert deutlich verbesserte Signalqualität. Alle nachfolgend berichteten Ergebnisse entstammen der Hauptkampagne.

Der Qualitätsgewinn ist quantitativ erheblich: Die maximale Peakamplitude der $FRF_{H1\ Vel}$ beträgt in der Hauptkampagne 8,6 dB (Flachkopf) bzw. 5,9 dB (Fensterkopf) und liegt damit um rund 9 dB (Flachkopf) bzw. 10 dB (Fensterkopf) über den Maximalpegeln der Vorkampagne.

Die höhere Signalamplitude erhöht den Signal-Rausch-Abstand im gesamten Frequenzbereich und verbessert damit die Zuverlässigkeit der FRF-Schätzung. Die mittlere Kohärenz über die akzeptierten Moden liegt bei 0,80 (Flachkopf) bzw. 0,88 (Fensterkopf).

Das Kraft-Eingangs-Spektrum, $AutoRef\ Force$, zeigt den charakteristischen Abfall mit steigender Frequenz, der für Pendelimpulsanregung an Hirnholz typisch ist. Die Grenzfrequenz liegt schätzungsweise bei ca. 500 bis 600 Hz, oberhalb derer die eingebrachte Kraft deutlich abnimmt. Dies führt zu reduzierten Kohärenzwerten im Hochfrequenzbereich. Im Bereich zwischen 70 und 1000 Hz liegt die Kohärenzfunktion an den dominanten Resonanzpeaks überwiegend oberhalb von 0,85. Unterhalb von ca. 70 Hz treten ausgeprägte Kohärenzeinbrüche auf, die auf unzureichende Anregungsenergie des Pendelimpulses in diesem Tieffrequenzbereich zurückzuführen sind. Die Auswertung der Scanning-Ergebnisse wird daher auf den Frequenzbereich ab 50 Hz beschränkt; die erste elastische Eigenfrequenz beider Konstruktionen liegt oberhalb dieser Schwelle, sodass keine relevante Mode vom Ausschluss betroffen ist.

Je Kopf werden 15 Moden ausgewertet (Flachkopf 58,7 bis 2266,3 Hz, Fensterkopf 54,95 bis 2390,5 Hz). Die FRF-Mittelung erfolgte als Median der linearen Amplituden über alle 95 bzw. 87 Scan-Punkte je Frequenzstützstelle, gefolgt von der dB-Konvertierung.

Die Messungen wurden aus dem PSV-Scan-Viewer im ASCII-Format, UFF-basiert, exportiert. Jede Datei enthält drei Informationsebenen. Die erste ist die Geometrie des Scan-Grids: die X-, Y- und Z-Koordinaten aller Messpunkte (95 beim Flachkopf, 87 beim Fensterkopf), aus denen die flächenhafte Modenformdarstellung rekonstruiert wird. Die zweite ist die Frequenzachse: ein gleichmäßiges Raster von Frequenzstützstellen, im UFF-Export als Bands, das durch die Startfrequenz und die konstante Linienabstand Δf der FFT festgelegt ist; die Frequenzauflösung ergibt sich aus dem gewählten Frequenzspan und der Anzahl der FFT-Linien. Die dritte Ebene

umfasst je Messpunkt mehrere Spektren: das Referenzsignal, der Anregungskraft des Pendelimpulses, das Antwortsignal die Schwinggeschwindigkeit des Vibrometers, die Frequenzgangfunktion, *Transfer Function HI*, die Kohärenzfunktion sowie das Kreuzleistungsspektrum, dem *Cross Power*. Phaseninformation tragen dabei nur die komplexwertigen Größen, FRF, Kreuzleistungsspektrum und das komplexe Linearspektrum, während Autoleistungsspektrum, Leistungsdichtespektrum und Kohärenz reelle, phasenlose Größen sind.

Referenz- und Antwortsignal liegen in drei verwandten, aber unterschiedlich normierten Formen vor, deren Unterscheidung für die Interpretation wesentlich ist. Das Linearspektrum ist das amplitudenbewertete Spektrum eines einzelnen Kanals; es behält die physikalische Einheit der Messgröße, für die Vibrometer-Antwort also m/s, und kann komplex, das heißt phasenbehaftet, vorliegen.

Das Auto-Leistungsspektrum, Auto Power, G_{xx} ist das zeitlich gemittelte Betragsquadrat dieses Spektrums; es ist reell, enthält keine Phase und trägt die quadrierte Einheit (m/s)². Zwischen beiden gilt der einfache Zusammenhang $|\text{Linearspektrum}| = \sqrt{G_{xx}}$, das Autoleistungsspektrum ist also die Leistungs-, das Linearspektrum die Amplitudendarstellung derselben Information. Das Leistungsdichtespektrum (PSD bzw. AutoPSD, S_{xx}) entsteht aus dem Autoleistungsspektrum durch Division durch die rauschäquivalente Bandbreite der FFT-Fensterfunktion, $S_{xx}(f) = G_{xx}(f)/B$, und besitzt die Einheit (m/s)²/Hz. Diese Bandbreitennormierung ist der entscheidende Unterschied: Nur das Leistungsdichtespektrum ist unabhängig von der gewählten FFT-Auflösung und daher die korrekte Darstellung für breitbandige, stochastische Signalanteile, während Autoleistungs- und Linearspektrum den Pegel pro FFT-Linie wiedergeben und sich zum direkten Ablesen der Amplitude an diskreten Resonanzen eignen.

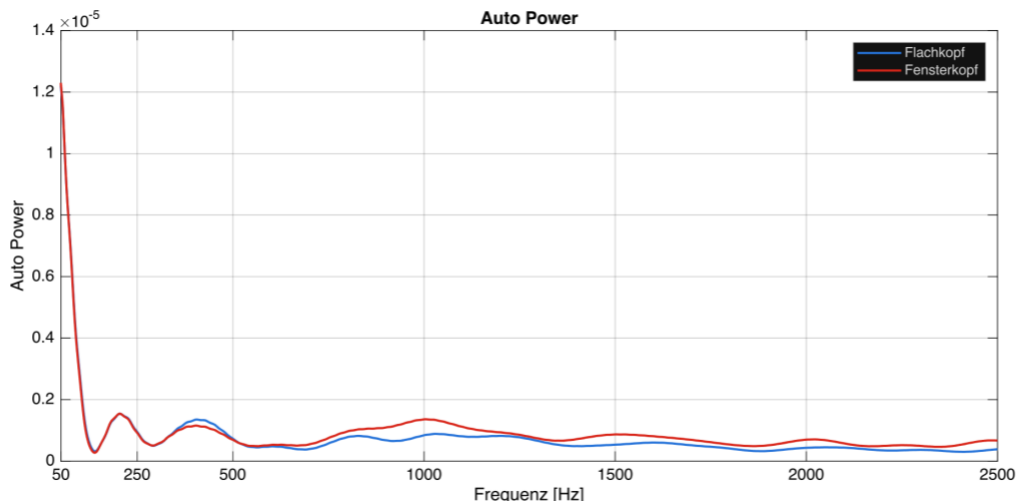


Abbildung 5.12: PSV-Messungen, Auto Power, Flachkopf und Fensterkopf

Für die Modenidentifikation wird die Frequenzgangfunktion $H_1(f) = G_{xy}(f)/G_{xx}(f)$ herangezogen, da sie als Verhältnis von Antwort zu Anregung bandbreiteninvariant ist und die Strukturresonanzen unabhängig vom Kraftpegel der einzelnen Anregung abbildet. Die Kohärenzfunktion $\gamma^2(f) = |G_{xy}(f)|^2 / (G_{xx}(f) G_{yy}(f))$ dient als Qualitätsmaß und Akzeptanzkriterium der Peaks (Abbildung 5.13).

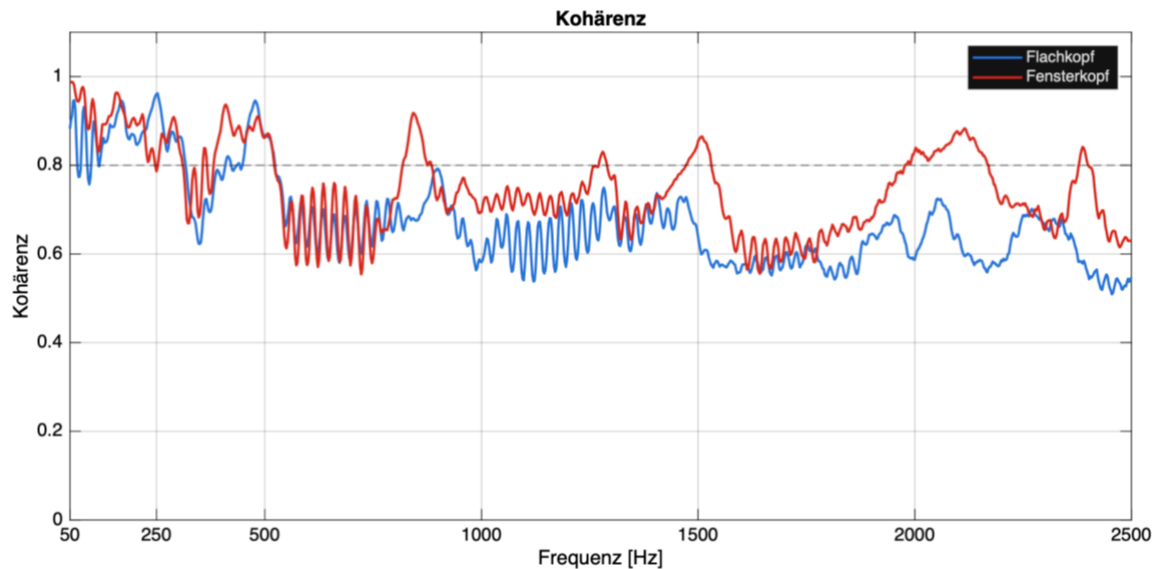


Abbildung 5.13: PSV-Messungen, Kohärenz, Flachkopf und Fensterkopf

Das Autoleistungsspektrum der Antwort (Abbildung 5.12) zeigt ergänzend, in welchen Frequenzbereichen, die meiste Schwingungsenergie in Z-Richtung konzentriert ist und welche Moden am stärksten angeregt werden, während das Autoleistungsspektrum der Referenz den charakteristischen Abfall der eingebrachten Kraft mit steigender Frequenz dokumentiert (Abschnitt 5.4.2, Kraft-Eingangs-Spektrum). Das Linearspektrum (Abbildung 5.14) gibt schließlich die Schwinggeschwindigkeit auf linearer Amplitudenskala wieder und erlaubt das direkte Ablesen der physikalischen Schnellewerte an den Resonanzstellen.

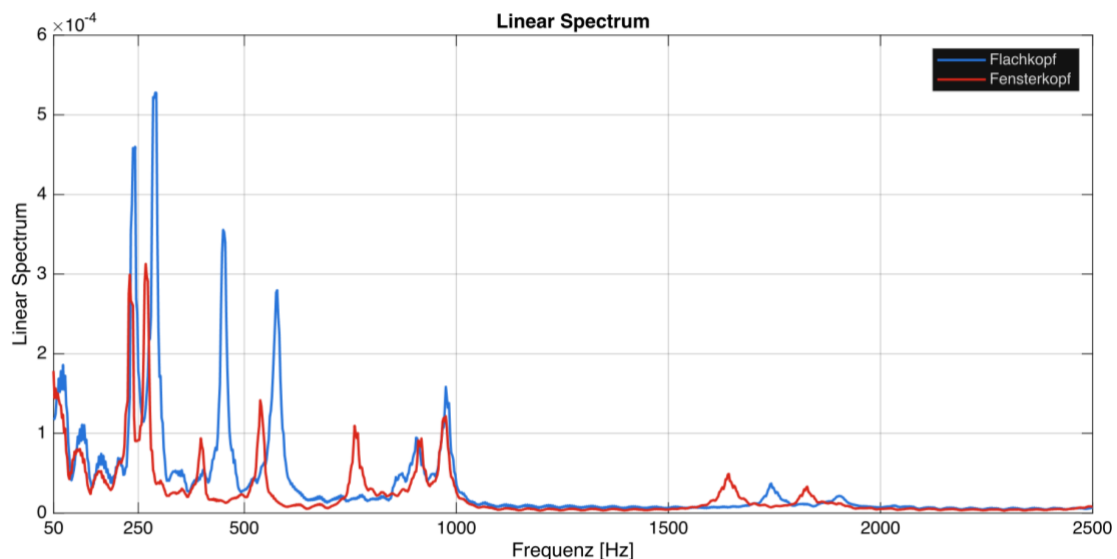


Abbildung 5.14: PSV-Messungen, Linear Spektrum, Flachkopf und Fensterkopf

5.5 Validierung und Gesamtvergleich

5.5.1 Modenzuordnung

Die Zuordnung zwischen FEM-Moden und experimentell identifizierten Moden stützt sich auf die MAC-Matrix und den qualitativen Modenformvergleich der Scanning-Vibrometrie. Für die Grundmode ist sie bei beiden Köpfen eindeutig und zusätzlich quantitativ über den FEM $\leftrightarrow$ PSV-MAC abgesichert (0,95 Flachkopf, 0,99 Fensterkopf; Abschnitt 5.5.3). Die weiteren globalen Moden bis etwa Mode 4 werden über den Eigenfrequenzvergleich (Abschnitt 5.5.2) und den qualitativen Formvergleich zugeordnet, da die einachsig messende Scanning-Vibrometrie oberhalb der Grundmode keine durchgehend eindeutige MAC-Diagonale mehr liefert. Ab Mode 5 (oberhalb von rund 590 Hz) wird die Zuordnung anspruchsvoller: Die Eigenfrequenzen rücken zusammen, und der FEM-interne Vergleich beider Geometrien zeigt hier Mode Switching (Abschnitt 5.2.4). Die Zuordnung erfolgt deshalb nicht mehr index-, sondern charakterbasiert. Die frequenzvalidierten FEM $\leftrightarrow$ PSV-Modenpaare sind in Tabelle 7 zusammengefasst.

5.5.2 Eigenfrequenzvergleich mit FEM und EMA

Der Eigenfrequenzvergleich ist das primäre, methodenübergreifende Validierungskriterium dieser Untersuchung; für die Kontaktmessung ist er zugleich das einzige verfügbare, kein MAC, vgl. Abschnitt 4.5.2. Als Akzeptanzschwelle dient der in der Literatur übliche Richtwert einer relativen Abweichung von etwa 5 % zwischen Simulation und Messung. Die Kontakt-EMA erfasst die Struktur in drei Anregungsrichtungen (MX, MY, MZ) und identifiziert dadurch auch In-plane-Moden, die der einachsig messenden Scanning-Vibrometrie verborgen bleiben. Über die sicher zugeordneten Moden, die über alle drei Richtungen eindeutig und mit ausreichender Kohärenz identifiziert werden, ergibt sich eine mittlere Frequenzabweichung von rund 2,2 % beim Flachkopf und 2,9 % beim Fensterkopf; der Median liegt mit 2,0 % beziehungsweise 1,8 % noch darunter. Die große Mehrheit der Moden bleibt damit deutlich unterhalb der 5-%-Schwelle.

Die größten Abweichungen treten dabei nicht bei den höchsten, sondern bei den niederfrequenten Moden auf (bis etwa 7,5 % beim Flachkopf bzw. 11,5 % beim Fensterkopf, jeweils in der zweiten bis dritten Mode). Da diese Moden eine hohe Kohärenz aufweisen, sind die Abweichungen nicht messtechnisch, sondern modellseitig bedingt: Die niederfrequenten Eigenformen reagieren am empfindlichsten auf die im Modell idealisierte, unendlich steife Einspannung und auf die aus der Literatur übernommenen Materialkennwerte (vgl. Sensitivitätsstudie, Abschnitt 5.2.3). Die mittel- und höherfrequenten Moden werden dagegen überwiegend mit Abweichungen unter 2 bis 3 % bestätigt.

Die Grundmode selbst lässt sich aus der Kontaktmessung nicht zuverlässig bestimmen: In allen drei Anregungsrichtungen wird im Grundmodenbereich lediglich ein lokales Spektrenmaximum bei teils schwacher Kohärenz erfasst (Abschnitt 5.4.1), sodass ein belastbarer Frequenzvergleich hier nicht möglich ist. Quantitativ validiert wird die Grundmode stattdessen über die Scanning-Vibrometrie (FEM↔PSV-MAC 0,95 bzw. 0,99; Abweichung $-0,06$ % beim Fensterkopf, Abschnitt 5.5.3).

Die frequenzvalidierten Modenpaare der Scanning-Vibrometrie bestätigen das Modell noch enger: Die mittlere Abweichung beträgt $1,6$ % beim Flachkopf (Maximum $2,7$ %) und $1,2$ % beim Fensterkopf (Maximum $3,9$ %); alle zugeordneten Paare liegen unterhalb der 5 -%-Schwelle. Die Grundmode des Fensterkopfs stimmt mit $-0,06$ % ($54,95$ Hz gemessen gegen $54,98$ Hz simuliert) nahezu exakt überein, siehe Tabelle 7. Das Streudiagramm in Abbildung 5.15 stellt beide Messverfahren gemeinsam dar: Auf doppelt-logarithmischer Achse erscheint das relative ± 5 -%-Kriterium als konstant breites Band parallel zur Winkelhalbierenden; nahezu alle Modenpaare liegen innerhalb dieses Bands, lediglich die drei genannten niederfrequenten Moden (Fensterkopf Mode 2 und 3, Flachkopf Mode 3) treten sichtbar darüber hinaus.

Tabelle 7: Frequenzvalidierte FEM – PSV – Modenpaare

Kenngröße	Flachkopf	Fensterkopf
Anzahl betrachteter Moden	5	6
Absolute Abweichung Δf [Hz]		
Mittelwert	$-7,12$	$-7,28$
Standardabweichung	$21,65$	$20,73$
Minimum (größte Unterschreitung)	$-38,28$	$-41,80$
Maximum (größte Überschreitung)	$+11,58$	$+16,62$
Relative Abweichung Δf [%]		
Mittelwert (vorzeichenbehaftet)	$-0,02$ %	$-0,87$ %
Mittlere Absolute Abweichung	$1,6$ %	$1,2$ %
Standardabweichung	$2,03$ %	$1,75$ %
Minimum	$-2,13$ %	$-3,88$ %
Maximum	$+2,72$ %	$+0,79$ %
Messqualität (Kohärenz)		
Mittelwert	$0,72$	$0,86$
Minimum	$0,61$	$0,72$

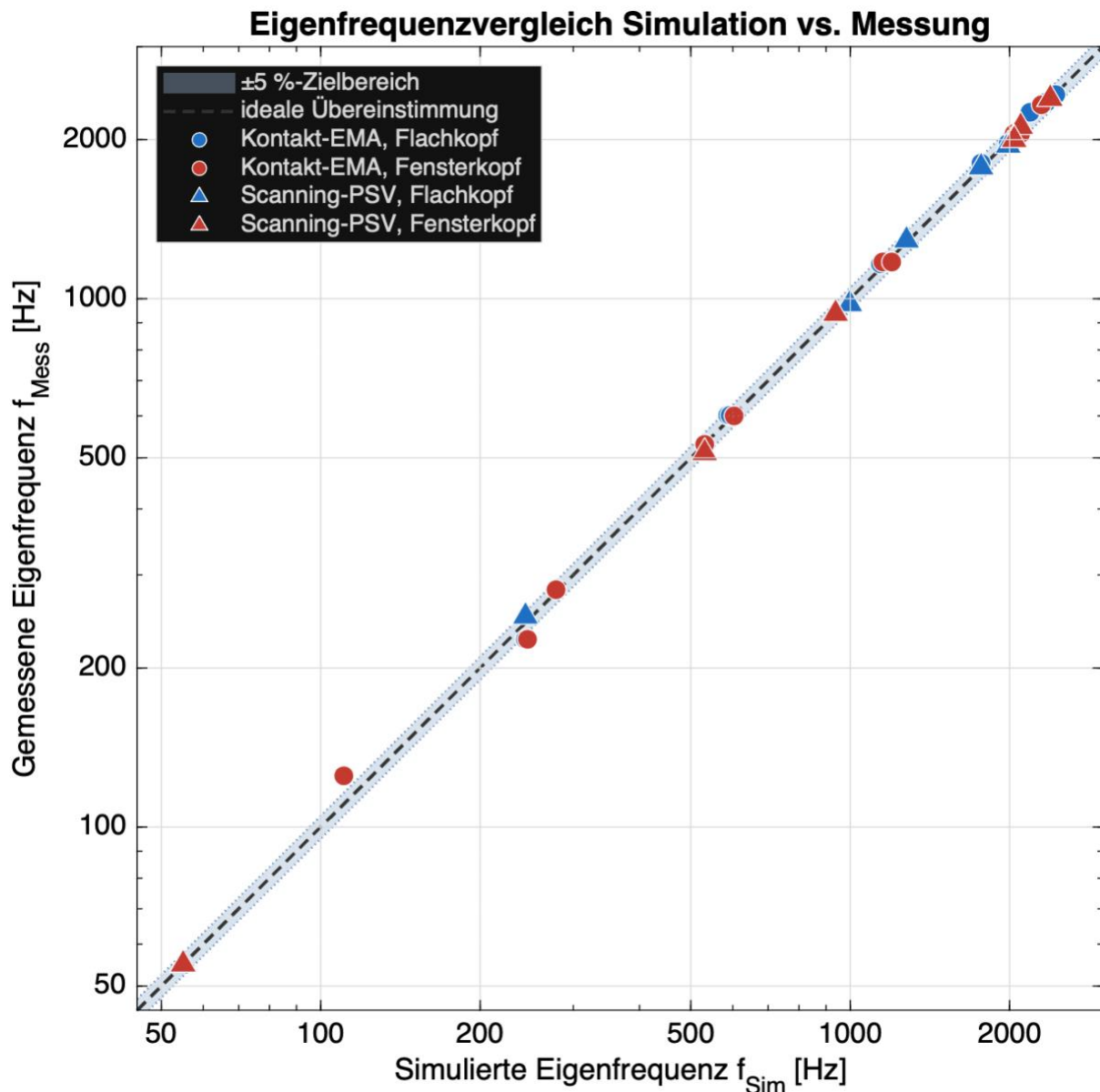


Abbildung 5.15: Streudiagramm Simulation, gegen Messungen, Kontakt und Kontaktlose Messungen

Beide unabhängigen Messverfahren bestätigen die FE-Modelle damit über den gesamten erfassten Frequenzbereich innerhalb des Richtwerts. Die Kontaktmessung sichert die Frequenzlage über alle drei Raumrichtungen ab, während die Scanning-Vibrometrie zusätzlich die Modenform der niederfrequenten Moden zugänglich macht (Abschnitt 5.5.3). Der Eigenfrequenzvergleich trägt damit über beide Säulen hinweg und bildet das Fundament der mehrstufigen Validierung.

5.5.3 MAC-Analyse

Aufbauend auf der in Abschnitt 4.5.2 eingeführten Systematik werden hier die zweite und dritte MAC-Anwendung ausgewertet: der AutoMAC der Messung als Maß für die Trennschärfe und der FEM $\leftrightarrow$ PSV-MAC als eigentliche Validierung. Die Kontaktmessung bleibt außen vor (kein MAC, vgl. Abschnitt 4.5.2); die folgende Auswertung stützt sich ausschließlich auf FE-Simulation und Scanning-Vibrometrie.

Bevor die gemessenen Moden gegen die Simulation gestellt werden, ist zu prüfen, ob sie an den verfügbaren Messpunkten überhaupt eindeutig unterscheidbar sind. Der AutoMAC vergleicht den gemessenen Modensatz mit sich selbst; seine Diagonale ist definitionsgemäß 1, aussagekräftig sind allein die Nebendiagonalelemente. Für beide Köpfe bleiben diese überwiegend niedrig (Mittelwert $\approx 0,16$); von den jeweils 105 Modenpaaren überschreiten nur acht bis zehn einen Wert von 0,5, der höchste liegt bei 0,80 (Flachkopf) beziehungsweise 0,81 (Fensterkopf). Erhöhte Werte treten fast ausschließlich im niederfrequenten Bereich auf, in dem sich räumlich ähnliche Moden bei der gegebenen Punktdichte erwartungsgemäß weniger scharf trennen lassen. Die experimentell identifizierten Moden sind somit hinreichend trennscharf, um als Validierungsreferenz zu dienen.

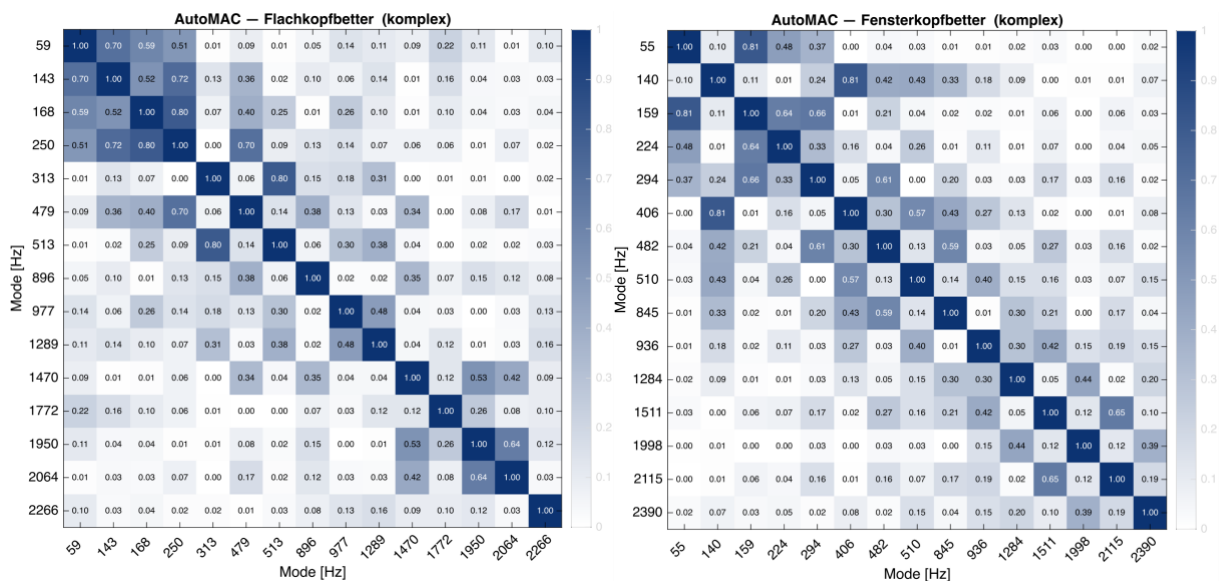


Abbildung 5.16: Auto-MAC der PSV-Messungen, Flachkopf und Fensterkopf

Für den Kreuzvergleich werden die Messpunkte per Similarity-ICP auf das FE-Netz registriert und die FE-Verschiebungen interpoliert (Abschnitt 4.5.2). Der mittlere Abstand zwischen einem Messpunkt und seinem nächsten FE-Knoten beträgt 0,83 mm (Flachkopf) beziehungsweise 0,49 mm (Fensterkopf) und liegt damit deutlich unterhalb der charakteristischen Längen der niederfrequenten Modenformen; das Messraster erfasst die jeweilige Kopfgeometrie, beim Fensterkopf einschließlich der beiden Schlitz, korrekt

(Abbildung 5.17). Geometrische Versätze können den MAC-Wert damit nicht nennenswert verfälschen. Da sich die Registrierung bewusst auf eine Similarity-Transformation (Verschiebung, Drehung, ein gleichmäßiger Skalierungsfaktor) beschränkt und auf jede nichtlineare Verformung verzichtet, richtet sie ausschließlich die Position der Messpunkte aus, nicht deren Schwingungsamplituden: Eine fehlerhafte Registrierung würde an jedem Punkt die falsche FE-Form abtasten und den MAC-Wert senken, ein hoher MAC kann durch die Ausrichtung also nicht künstlich erzeugt werden. Die geringe manuelle Feinadjustierung (eine Rasterverkleinerung um 3 % gegen Randextrapolation der Interpolation sowie ein lateraler Versatz von 4 mm) wurde anhand des Registrierungs-Overlays, nicht anhand des MAC-Werts eingestellt.

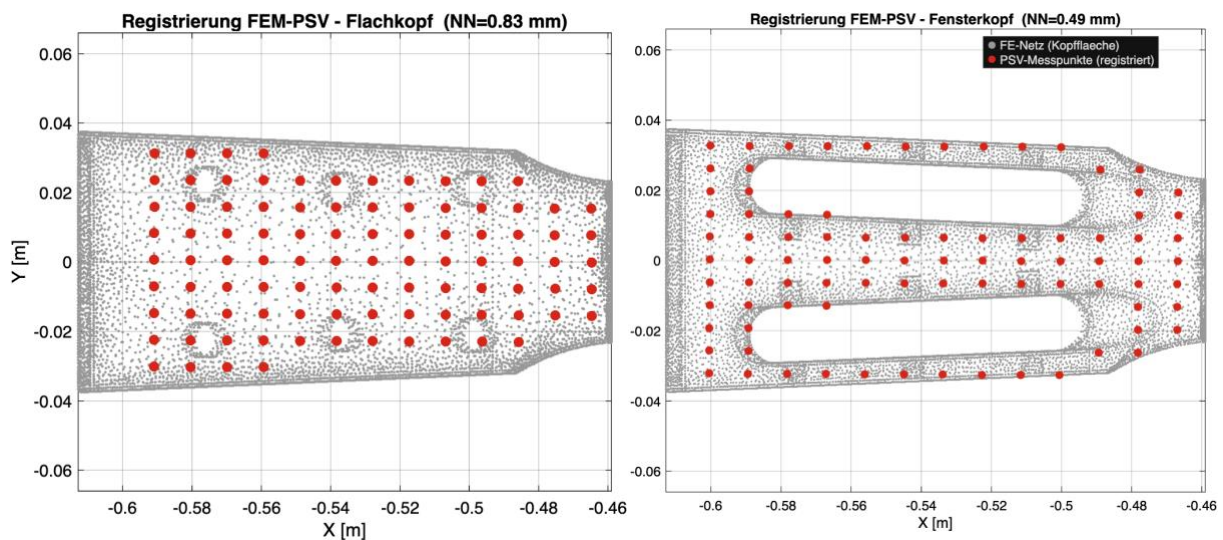


Abbildung 5.17: Registrierung der PSV-Messpunkte auf das FE-Netz, Flachkopf und Fensterkopf

Für die Grundmode ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung: Der FE-Grundmode M0 korreliert mit der gemessenen Grundmode zu 0,95 (Flachkopf, 59 Hz) beziehungsweise 0,99 (Fensterkopf, 55 Hz). Die erste Biegemode beider Köpfe ist damit nicht nur über die Eigenfrequenz, sondern auch über die Modenform quantitativ bestätigt. Für die höheren Moden zeigt die Matrix dagegen keine durchgehende Diagonale: Zwar treten vereinzelt erhöhte MAC-Werte auf (bis 0,89 beim Flachkopf, 0,91 beim Fensterkopf), diese liegen jedoch an nicht zusammengehörenden Frequenzpaaren und verschmieren über mehrere Moden. Dieses Verhalten ist physikalisch begründet und keine Frage der Rechenmethode: Die Scanning-Laser-Vibrometrie erfasst ausschließlich die Z-Komponente der Schwingung, während sich zahlreiche höhere Moden gerade in ihren In-plane-Anteilen unterscheiden. Bereits am vollständigen FE-Netz sind mehrere höhere Moden in ihrer Z-Auslenkung nahezu

deckungsgleich und damit aus Ein-Komponenten-Daten prinzipiell nicht trennbar; hinzu kommt die mit steigender Frequenz abnehmende räumliche Auflösung des Messrasters (räumliches Aliasing). Der FEM $\leftrightarrow$ PSV-MAC ist für die höheren Moden deshalb nur als indikativ zu werten.

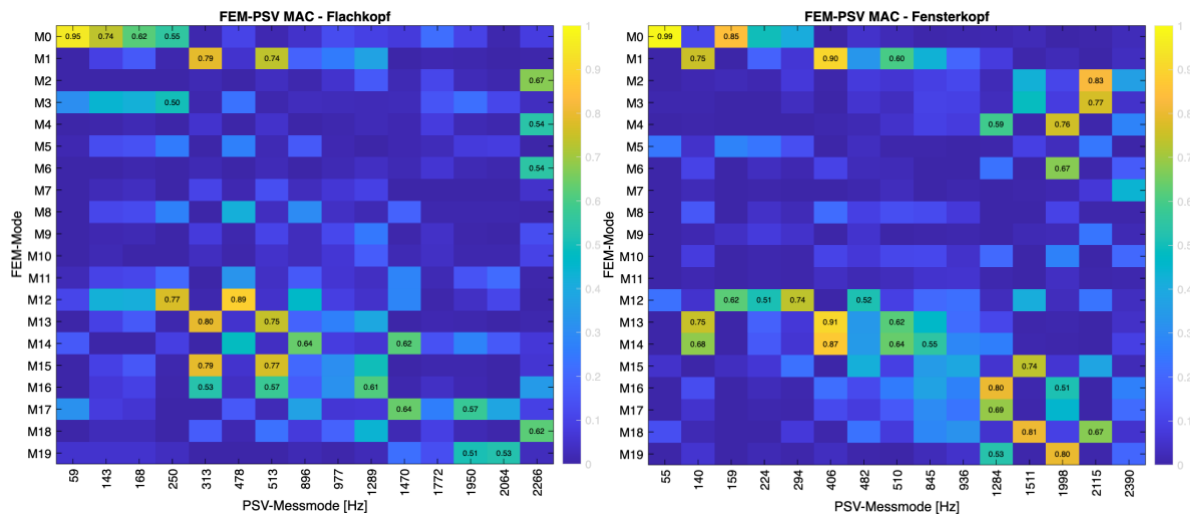


Abbildung 5.18: FEM $\leftrightarrow$ PSV MAC-Matrix, Flachkopf und Fensterkopf

Die Validierung stützt sich folglich nicht auf einen einzelnen Kennwert, sondern auf mehrere komplementäre Ebenen: den primären Eigenfrequenzvergleich (mittlere Abweichungen von 3,2 % beim Flachkopf und 2,9 % beim Fensterkopf in Z-Richtung über die Moden 3–20, jeweils unterhalb des Richtwerts von etwa 5 %), den quantitativ validierten Grundmoden-MAC (0,95 bzw. 0,99), die über den AutoMAC nachgewiesene Trennschärfe der Messung sowie den qualitativen Modenformvergleich (Abschnitt 5.5.4). Ein über das gesamte Spektrum quantitativer Formabgleich würde eine dreidimensionale Schwingungserfassung, 3D-Scanning-Vibrometrie, erfordern; dies wird im Ausblick (Abschnitt 7.3) aufgegriffen.

5.5.4 Qualitativer Modenformvergleich FEM, Scanning-Vibrometrie

Ergänzend zum quantitativen MAC (Abschnitt 5.5.3) werden die simulierten Modenformen den flächenhaften Schwingungsbildern, ODS der Scanning-Vibrometrie qualitativ gegenübergestellt. Dieser visuelle Abgleich ist gerade für die höheren Moden aufschlussreich, deren MAC aufgrund der Z-Einachsigkeit nur indikativ zu werten ist: Wo der einzelne Kennwert keine eindeutige Zuordnung erlaubt, lässt sich die Übereinstimmung von Knotenlinien und Schwingungsbäuchen dennoch optisch beurteilen.

Für die Grundmode beider Köpfe zeigt sich eine klare Übereinstimmung, wie in Abbildung 5.19 zu sehen ist: Die erste Biegemode weist in Simulation und Messung dieselbe Knotenlinie und denselben Schwingungsbauch auf und bestätigt damit visuell den hohen MAC-Wert von 0,95 (Flachkopf) beziehungsweise 0,99 (Fensterkopf). Bei den höheren Moden ist die Übereinstimmung erwartungsgemäß nur teilweise gegeben: Die grobe räumliche Struktur und die Lage der dominanten Schwingungsbäuche lassen sich in einzelnen Fällen wiedererkennen, eine eindeutige Zuordnung über die gesamte Modenfläche gelingt jedoch nicht. Ursache ist die in Abschnitt 5.5.3 dargelegte Z-Einachsigkeit. Der qualitative Vergleich stützt dieselbe Aussage wie die MAC-Analyse in Abschnitt 5.5.3: Die Grundmode ist eindeutig validiert, die höheren Moden bleiben aus einachsigen Daten nur eingeschränkt beurteilbar.

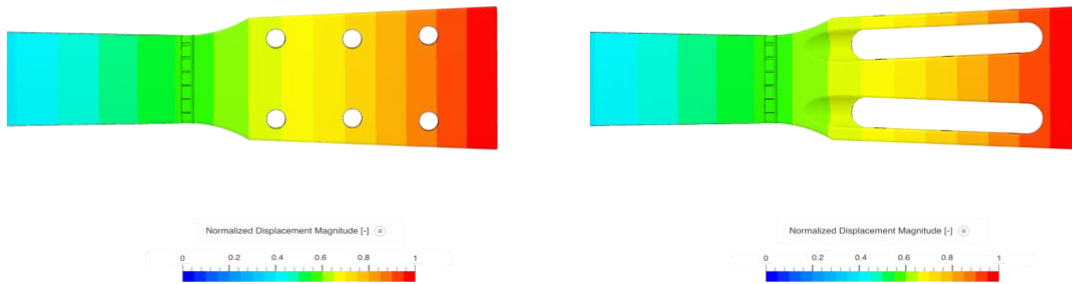


Abbildung 5.19: FEM-Grundmoden, Flachkopf und Fensterkopf

5.5.5 Modal effektive Massen

Die modal effektiven Massen, kurz MEM, quantifizieren, welcher Anteil der Gesamtmasse an einer bestimmten Eigenmode beteiligt ist. Zur Beurteilung der akustischen Relevanz wurden die MEM-Werte aller 20 Eigenmoden für beide Kopfkonstruktionen und alle drei Raumrichtungen aggregiert. Die Verschiebungsverteilung über alle Moden ergibt für den Flachkopf 27,7 % in X- (longitudinal), 35,5 % in Y- (torsional) und 36,8 % in Z-Richtung (transversal), für den Fensterkopf nahezu identisch 27,0 % (X), 36,0 % (Y) und 37,0 % (Z). Diese Richtungsverteilung ist für beide Konstruktionen praktisch gleich, ein zentraler Befund: Die Fenstergeometrie verschiebt zwar die Eigenfrequenzlagen modenspezifisch, verändert aber den relativen Anteil der modalen Energie pro Raumrichtung nicht wesentlich.

Die kumulierte normierte MEM erreicht beim Flachkopf nach 20 Moden 54,77 % (X), 70,34 % (Y) und 72,91 % (Z), beim Fensterkopf 50,33 % (X), 67,08 % (Y) und 69,04 % (Z). Die gebräuchliche 80-%-Vollständigkeitsschwelle wird in keiner Richtung innerhalb der ersten 20 Moden erreicht. Dies ist kein Modellierungsfehler, sondern Folge der gewählten Modenanzahl: Bei orthotropem Material verteilt sich die modale Masse auf ein breiteres Spektrum; die

verbleibenden Anteile tragen Moden höherer Ordnung außerhalb des betrachteten Bereichs. Die Ergebnisse sind daher im Kontext der berechneten Modenanzahl als Aussage über das relevante niederfrequente Spektrum zu verstehen, nicht als vollständige modale Beschreibung der Gesamtstruktur.

Verschiebungsverteilung (MEM-basiert)

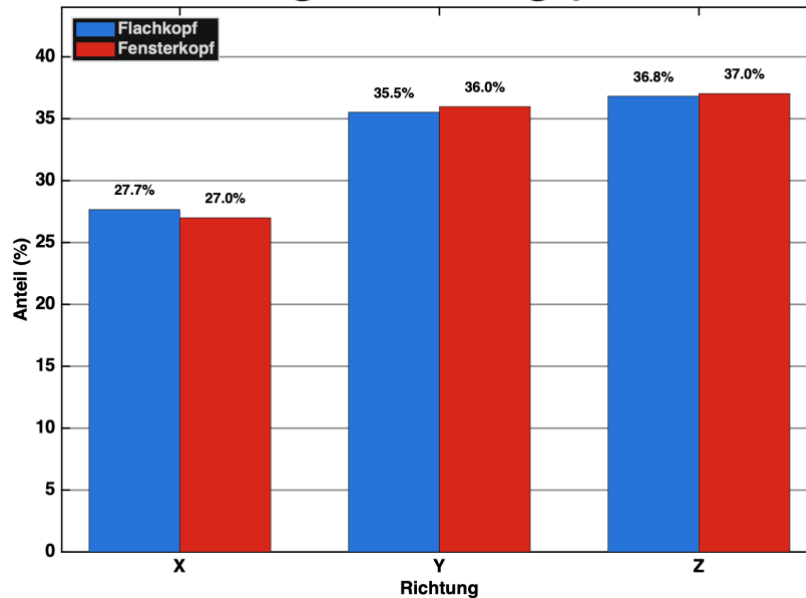


Abbildung 5.20: Verschiebungsverteilung pro Richtung MEM-basiert

Normierte mittlere Verschiebungsamplitude (RMS) pro Mode und Richtung

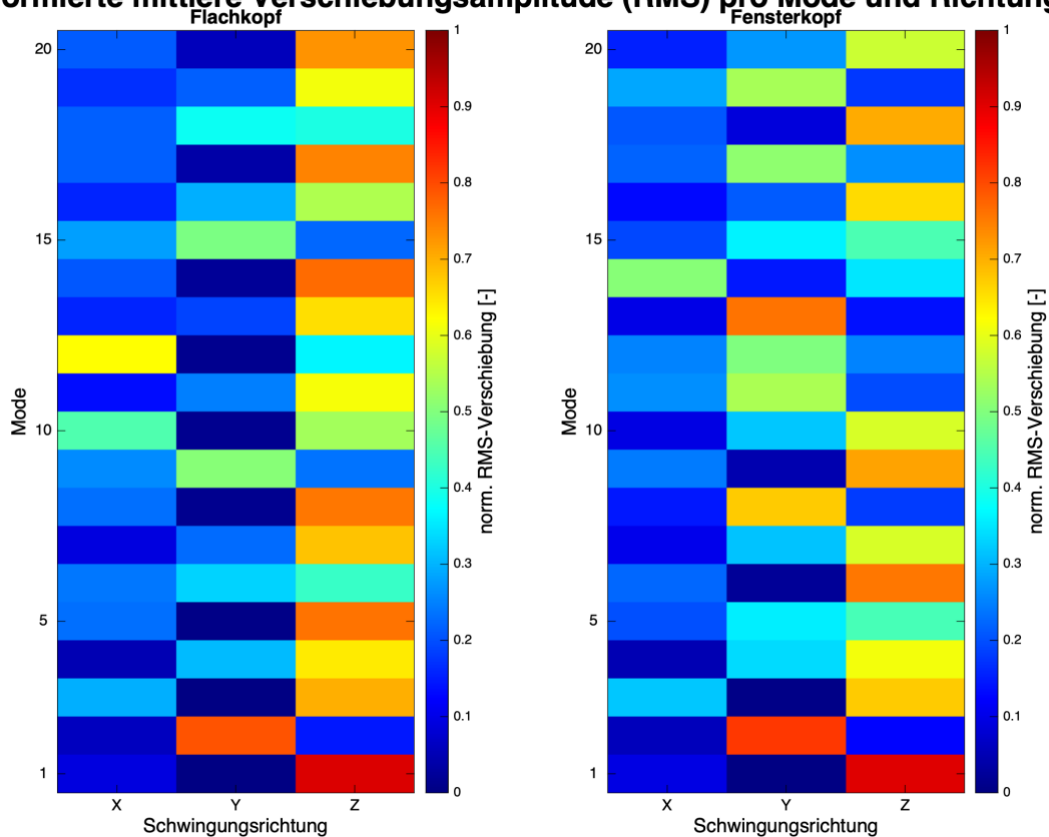


Abbildung 5.21: Heatmaps der FEM-Simulationen, normierte mittlere RMS pro Mode und Richtung, Flachkopf und Fensterkopf

6 Diskussion

6.1 Vorbemerkung zur Diskussionsstruktur

Die Diskussion der Ergebnisse folgt einer dreistufigen Logik. In einem ersten Schritt werden die Befunde jeder der drei methodischen Säulen einzeln bewertet und ihre jeweiligen Stärken und Schwächen im Licht der tatsächlich erzielten Ergebnisse eingeschätzt. In einem zweiten Schritt werden die Ergebnisse aller drei Methoden im Gesamtzusammenhang interpretiert und auf die strukturdynamischen Unterschiede beider Kopfkonstruktionen bezogen. Im dritten Schritt werden die Implikationen für den Instrumentenbau abgeleitet und die Grenzen der Übertragbarkeit dieser Befunde auf das gespielte Instrument diskutiert.

6.2 Bewertung der FEM-Simulation

Für den kontrollierten Vergleich beider Kopfkonstruktionen ist die FEM-Simulation das methodisch stärkste der drei Verfahren. Nur sie erlaubt es, alle Material- und Randbedingungen vollständig festzulegen: Weil beide Modelle unter exakt denselben Bedingungen rechnen, lassen sich sämtliche Unterschiede in Eigenfrequenzen und Modenformen eindeutig auf die Kopfgeometrie zurückführen. Auf experimentellem Weg wäre das wegen der natürlichen Materialstreuung realer Holzbauteile nicht mit vergleichbarer Sicherheit möglich. Hinzu kommt die hohe räumliche Auflösung: Mehrere tausend Knotenpunkte stehen wenigen Dutzend Messpunkten der EMA gegenüber und bilden auch lokale Verformungen an den Fensterflanken und der Volute ab, die eine punktuelle Kontaktmessung gar nicht erfassen kann. Die dreistufige Konvergenzstudie belegt die Netzunabhängigkeit auf der feinen Stufe; die Sensitivitätsstudie weist den Longitudinalelastizitätsmodul EL als dominante Unsicherheitsgröße aus, dessen $\pm 5\%$ -Variation die Eigenfrequenzen modenabhängig um bis zu 2,29 % verschiebt.

Die Randbedingung Fixed Support ist dabei nicht etwa eine Vereinfachung, sondern bildet den realen Versuchsaufbau nach: Der Halsfuß wird über zwei Gewindebuchsen mit definiertem Anzugsmoment im Oberstock verschraubt, die seitlichen Flanken liegen vollflächig an und unterbinden translatorische Bewegungen in allen drei Raumrichtungen. Das entspricht der geschraubten Hals-Korpus-Verbindung im realen Instrument. Die verbleibenden Abweichungen zwischen Simulation und Messung, am deutlichsten bei Mode 1, gehen folglich nicht auf unpassende Randbedingungen zurück, sondern auf die endliche Nachgiebigkeit der realen Verschraubung, der die ideal starre FEM-Einspannung gegenübersteht. Diese Restnachgiebigkeit trifft die erste Biegeeigenfrequenz am stärksten, da diese am empfindlichsten auf die Lagerungssteifigkeit reagiert. Beim Flachkopf liegt die gemessene erste Eigenfrequenz (54,69 Hz in Y-Richtung) 5 % über dem FEM-Wert (51,95 Hz), innerhalb der

Materialtoleranzen aus der Sensitivitätsstudie und ohne Anzeichen für einen systematischen Modellfehler. Die größere Abweichung von 12 % beim Fensterkopf erklärt sich aus der geometrisch veränderten Krafteinleitung am Halsfuß. Ab Mode 3 bleiben beide Konstruktionen überwiegend unter 6 %, womit die Randbedingungsmodellierung für das relevante Modenspektrum bestätigt ist.

Für Holz führt an einem orthotropen Materialmodell mit neun unabhängigen Elastizitätsparametern kein Weg vorbei: Ein isotropes Ersatzmodell würde die starke Richtungsabhängigkeit grob übergehen und besonders bei quer- und schubdominierten Moden systematische Fehler erzeugen. Innerhalb dieses Modells ist EL die mit Abstand sensitivste Größe, weil sie die Biegesteifigkeit in Faserrichtung und damit die akustisch relevanten Biegemoden bestimmt. Dass dieser Wert aus der Literatur stammt und nicht direkt am Bauteil gemessen wurde, ist deshalb die größte Einzelunsicherheit, zumal Bucur die Streubreite von EL für Bergahorn mit rund ± 15 % angibt und damit über die in der Sensitivitätsstudie betrachteten ± 5 % hinausgeht. Verbessern ließe sich das künftig durch eine direkte Messung am Objekt, etwa der Wellengeschwindigkeiten in den drei Hauptachsen per Ultraschall, oder durch modellbasierte Parameteridentifikation, *model updating*, mit MAC-basierten Zielkriterien.⁹⁰

6.3 Bewertung der experimentellen Modalanalyse mit Kontaktmessung

Die Kontaktmessung mit dem Ono-Sokki-System liefert Frequenzgangfunktionen von hoher statistischer Qualität. Zehn gemittelte Anschläge je Anregungsort und der H1-Schätzer sorgen für eine robuste FRF-Schätzung mit hohem Signal-Rausch-Abstand, und die Kohärenzfunktionen zeigen über den gesamten Messbereich ein weitgehend lineares Systemverhalten – die Grundvoraussetzung dafür, dass die lineare Modalanalyse überhaupt gilt.⁹¹ Der Anregungsort auf der Obersattellinie ist instrumentenbaulich begründet: Dort wird im Spielbetrieb die Saitenenergie in den Hals eingeleitet, sodass sich die gemessenen FRFs direkt akustisch deuten lassen. Da der Anregungspunkt leicht aus der Mitte Richtung Bass versetzt liegt, bleibt allerdings das Restrisiko, dass einzelne Moden mit einem Knoten an dieser Stelle unentdeckt bleiben.

Für beide Konstruktionen wurde jeweils nur eine Messkampagne aufgenommen. Abgesichert ist das Ergebnis damit allein über die Mittelung der Einzelansschläge, nicht über unabhängige Wiederholungsmessungen, über die Reproduzierbarkeit zwischen verschiedenen Einspannvorgängen und damit über den Einfluss des Anzugsmoments lässt sich auf dieser

⁹⁰ Allemang 2003, S.14.

⁹¹ Bendat und Piersol 2010; Ewins 2000.

Grundlage nichts sagen. Künftige Untersuchungen sollten mindestens zwei unabhängige Einspann-Remontage-Zyklen umfassen.

Eine geringe Massenanlagerung durch die Aufnehmer bleibt trotz Miniaturbauweise und Bienenwachsbefestigung bestehen. Sie lässt sich theoretisch gut fassen: Eine an der Modenform ϕ_i angebrachte Punktmasse Δm verschiebt die i -te Eigenfrequenz proportional zu $(\Delta m/m_i) \cdot \phi_i^2$ an der Aufnehmerposition, hängt also von der Aufnehmermasse ebenso ab wie von der lokalen Amplitude der Modenform. Bei den niederfrequenten Biegemoden, in denen die Gesamtmasse des Halskopfes dominiert, fällt das nicht ins Gewicht; mit steigender Modenordnung und zunehmender Lokalisierung der Verformungsenergie kann der Effekt wachsen. Gemessen an den wenigen Gramm Aufnehmermasse gegenüber 420 bis 432 g Halsmasse bleibt er hier insgesamt klein.

Am stärksten schränkt die geringe räumliche Auflösung die Kontaktmessung ein – zusammen mit dem völligen Fehlen der Phaseninformation. Aus reinen Magnitudenspektren an wenigen Punkten lässt sich keine vollständige, vorzeichenbehaftete Modenform gewinnen und damit kein Modal Assurance Criterion berechnen. Diese Säule trägt deshalb allein den Eigenfrequenzvergleich; die formbasierte MAC-Korrelation bleibt Scanning-Vibrometrie und FEM vorbehalten. Grundsätzlich gilt für jede MAC-gestützte Analyse das räumliche Aliasing-Kriterium: Die Punktdichte muss mindestens doppelt so hoch sein wie die räumliche Wellenzahl der höchsten interessierenden Modenform, sonst erscheinen hochfrequente Formen als niederfrequente Scheinmuster. Für die hier durchgeführten MAC-Analysen (AutoMAC und FEM $\leftrightarrow$ PSV) ist das durch die 95 bzw. 87 Messpunkte der Scanning-Vibrometrie erfüllt.

6.4 Bewertung der Scanning-Laser-Vibrometrie

Ihre Stärke spielt die Scanning-Vibrometrie dort aus, wo sie die Modenformen flächenhaft und hochaufgelöst sichtbar macht. FEM und Kontaktmessung liefern Eigenfrequenzen und punktuelle Amplituden; die SLV zeigt darüber hinaus die räumliche Struktur des gesamten Schwingungsfeldes. Stanbridge und Ewins zeigen, dass sich so gewonnene Modenformen bei ausreichender Punktdichte unmittelbar für die MAC-Berechnung gegen die FEM eignen und höhere Diagonalwerte liefern als punktarme Kontaktmessungen. Im direkten Flächenvergleich beider Köpfe wird der Einfluss der Fenstergeometrie auf das Schwingungsfeld sichtbar, am deutlichsten dort, wo der Amplitudengradient steil ist, etwa an den Stegen des Fensterkopfes. Das Kraft-Eingangs-Spektrum der Pendelanregung an der Stirnfläche fällt mit steigender Frequenz deutlich ab. Das ist der typische Verlauf eines Impulses endlicher Dauer, dessen Spektrum oberhalb der Grenzfrequenz $f_c \approx 1/(\pi \cdot t_c)$, mit t_c als Kontaktdauer, steil abnimmt. An der Anregungsstelle ist das Hirnholz lokal kompressibler; das verlängert die Kontaktdauer und

verschiebt das Spektrum zu tieferen Grenzfrequenzen. Eine härtere, metallische Hammerspitze und gegebenenfalls eine Anregung auf der Längsholzfläche des Halsrückens würden das Spektrum bis zu höheren Frequenzen gleichmäßiger halten, beides eine Empfehlung für künftige Messungen. Dass das Kraftspektrum bei etwa 800 Hz lokal wieder auf rund 1,1 mN ansteigt, geht auf Resonanzen im Hammer-Sensor-System zurück und stört die FRF-Schätzung nicht, weil der H1-Schätzer die tatsächlich eingebrachte Kraft als Eingangsreferenz nutzt und solche spektralen Schwankungen herausrechnet.

Am stärksten schränkt die Z-Einachsigkeit diese Säule ein: Das Interferometer misst nur die Doppler-Verschiebung entlang der optischen Achse, sodass In-plane-Biege- und Torsionsanteile (B_{xy}) nur unvollständig oder gar nicht erscheinen. Daraus erklärt sich auch, warum der quantitative FEM $\leftrightarrow$ PSV-MAC nur für die Grundmode belastbar ist und für höhere Moden lediglich indikativ bleibt (Abschnitt 5.5.3): Moden, die sich vor allem in ihren In-plane-Anteilen unterscheiden, lassen sich aus reinen Z-Daten nicht trennen. An dieser Stelle ergänzen die Kontaktmessungen (M_X , M_Y , M_Z) die SLV, weil sie In-plane-dominierte Moden zumindest frequenzseitig erfassen. Eine vollständige dreidimensionale Rekonstruktion bräuchte ein 3D-Scanning-Vibrometer wie das Polytec PSV-500-3D, das hier nicht zur Verfügung stand; sein Einsatz wird in Abschnitt 7.3 empfohlen.

Die beobachteten Kohärenzeinbrüche lassen sich einordnen und in ihrer Wirkung eingrenzen. Tieffrequente Einbrüche entstehen, weil der Pendelimpuls dort zu wenig Energie einträgt und das Eigenrauschen dominiert; Einbrüche an Antiresonanzen sind physikalisch bedingt und unkritisch, da die Systemantwort dort nahe null liegt. Heikler sind Einbrüche an einzelnen Resonanzen bis unter 0,5: Sie können auf nichtlineares Verhalten, mechanisches Klappern oder eine unsaubere Anregung hindeuten. Die betroffenen Frequenzen sind mit einem Qualitätsvermerk als unsicher markiert, damit fehlerbehaftete Beiträge nicht in die weitere Auswertung eingehen.

6.5 Mehrwert des Drei-Säulen-Ansatzes

Stellt man alle drei Ergebnissätze nebeneinander, ergibt sich ein stimmiges Bild: Beide experimentellen Verfahren bestätigen die Richtung der Simulationsergebnisse, und die wesentlichen strukturdynamischen Unterschiede zwischen Flach- und Fensterkopf, die modenspezifischen Frequenzverschiebungen ebenso wie die charakteristischen Modenformunterschiede, treten in allen drei Methoden übereinstimmend auf. Die quantitativen Abweichungen zwischen FEM und Experiment bleiben im Rahmen der Materialtoleranzen aus der Sensitivitätsstudie und sind damit methodisch erklärbar.

6.5.1 Methodische Triangulation

Der Drei-Säulen-Ansatz liefert ein belastbareres Ergebnis als jedes Verfahren allein für sich. Triangulation meint hier, dass unabhängige Methoden auf dasselbe Ergebnis zulaufen, und das stärkt die Evidenz: Ein Befund, der in allen drei Strängen gleich auftritt, ist gegen methodenspezifische Artefakte weit besser gefeit als einer aus einer einzigen Quelle. Im Einzelnen liefert die FEM-Simulation die theoretische Vorhersage und ordnet die Modencharaktere geometrisch zu; die Kontaktmessung prüft diese Vorhersage quantitativ über den Eigenfrequenzvergleich; die Scanning-Vibrometrie bestätigt die Modenformgeometrie flächenhaft und sichert die MAC-Zuordnung gegenüber der FEM räumlich ab.

6.5.2 Komplementarität der Methoden

Über die Triangulation hinaus ergänzen sich die drei Methoden, indem jede eine Lücke der anderen schließt. Die FEM sieht reale Materialstreuung nicht, die EMA erfasst genau sie. Die Kontaktmessung registriert über ihre drei Anregungsrichtungen auch In-Ebene-Moden, die der einachsigen Scanning-Vibrometrie entgehen, und liefert durch ihre spielnahe Anregungsposition akustisch relevante Übertragungsinformation. Die Scanning-Vibrometrie wiederum löst die Modenformgeometrie flächenhaft auf und macht den quantitativen Formabgleich mit der FEM überhaupt erst möglich. In der angewandten Strukturmechanik gilt dieser kombinierte numerisch-experimentelle Ansatz gerade bei stark streuenden Werkstoffen wie Holz als Standard. Dass die räumliche Modeninformation optisch abgetastet und nicht Punkt für Punkt von Hand aufgenommen wird, hält dabei die menschlichen Fehlerquellen bei Anregungswinkel und Treffgenauigkeit klein, die sich bei vielen Messpunkten sonst summieren würden.

6.6 Interpretation der strukturdynamischen Unterschiede

Die Frequenzverschiebungen zwischen Flach- und Fensterkopf lassen sich physikalisch auf die Geometrie zurückführen. Die Eigenfrequenz ist proportional zur Wurzel aus dem Quotienten von Steifigkeit und Masse ($f_i \propto \sqrt{(k_i/m_i)}$), und die Fenster verändern beides zugleich – wobei sie die Biegesteifigkeit in der Kopfebene stärker reduzieren als senkrecht dazu. Welches Vorzeichen die resultierende Verschiebung trägt, hängt deshalb von der Modenform ab und ist vorab nicht eindeutig zu bestimmen. Das ist der zentrale strukturmechanische Befund der Arbeit: Die Kopfkonstruktion verschiebt nicht einfach Steifigkeit oder Masse als Ganzes, sondern greift je nach Mode unterschiedlich in die Systemdynamik ein. Die Wahl zwischen Flach- und Fensterkopf erzeugt damit systematische, von Mode zu Mode verschiedene Frequenzverschiebungen.

Am deutlichsten zeigen das die Torsionsmoden, die in beiden Methoden die stärksten relativen Verschiebungen aufweisen. Das liegt daran, dass Biege- und Torsionssteifigkeit unterschiedlich von der Querschnittsgeometrie abhängen: Die Fenster verringern das axiale Flächenträgheitsmoment, die Biegung senkrecht zur Kopfebene, nur mäßig, das polare Trägheitsmoment und damit die Torsionssteifigkeit dagegen erheblich, denn sie unterbrechen den zusammenhängenden Querschnitt und verschmälern die schubübertragenden Flanken und den Mittelsteg. Das ist instrumentenbaulich bedeutsam, weil Torsionsmoden im Spielbetrieb durch die quer zur Halsachse wirkenden Saitenzugkomponenten angeregt werden und ihre Frequenzlage über mögliche Kopplungen mit Korpusresonanzen mitentscheidet.

Aufschluss gibt auch der Vergleich der modalen Dämpfung. Als zelluläres Material dämpft Holz richtungsabhängig, $\tan \delta$ in Faserrichtung deutlich geringer als quer dazu, eine Dämpfungsorthotropie, die sich analog zur elastischen Orthotropie verstehen lässt; an den Stegkanten des Fensterkopfes kann zudem lokale Spannungskonzentration die Energiedissipation erhöhen. Allerdings ist die Dämpfung aus FRF-Messungen grundsätzlich schwerer zu bestimmen als die Eigenfrequenz: Sie hängt von der Peakform ab und reagiert empfindlicher auf Rauschen, Fensterung und nicht-modale Beiträge. Eine statistisch belastbare Aussage über konstruktionsbedingte Dämpfungsunterschiede setzt daher eine sorgfältige Fehleranalyse voraus und idealerweise mehrere Exemplare je Konstruktionstyp.

6.7 Implikationen für den Instrumentenbau

die Ergebnisse erlauben es, beide Kopfkonstruktionen strukturdynamisch zu vergleichen, jenseits ästhetischer oder fertigungstechnischer Kriterien. Der Flachkopf verteilt seine Steifigkeit homogen, was zu gleichmäßigeren Modenformen und einer besser vorhersehbaren modalen Charakteristik führt; der Fensterkopf zeigt wegen der fensterbedingten Steifigkeitsinhomogenitäten eine räumlich differenziertere Modenformgeometrie und verschiebt vor allem die Torsionseigenfrequenzen stärker. Pauschal ist keine der beiden Bauformen überlegen, welche günstiger ist, hängt von den gewünschten akustischen Eigenschaften des Gesamtinstruments ab und verlangt eine systemische Betrachtung unter Spielbedingungen.

Streng genommen gelten die Ergebnisse nur für den nackten Holzkörper unter den definierten Versuchsbedingungen. Am bespielten Instrument kommen mehrere Einflüsse hinzu, die zwar die absoluten Frequenzwerte verschieben, nicht aber die relativen Unterschiede zwischen den Konstruktionen: Stimmmechaniken wirken als punktuelle Massen und senken die Eigenfrequenzen, während vorgespannter Halsspannstab und Saitenspannung den Hals versteifen und die betreffenden Frequenzen anheben. Diese Effekte überlagern sich; sie

quantitativ zu trennen, bleibt weiterführenden Untersuchungen vorbehalten – den methodischen Referenzzustand dafür liefert diese Arbeit.

Daraus folgen drei praktische Empfehlungen. Erstens gehört die Kopfkonstruktion nicht nur als gestalterisches, sondern als strukturdynamisch wirksames Element in die Gesamtauslegung. Zweitens lohnt ein Blick auf die besonders betroffenen Torsionsmoden und ihre möglichen Kopplungen mit Korpusresonanzen: Wer sie kennt, kann unerwünschte Kopplungen gezielt vermeiden oder bewusst herbeiführen. Drittens eignet sich die FEM-Simulation als Werkzeug zur virtuellen Prototypenentwicklung, geometrische Varianten wie Fensterbreite, Steggeometrie oder Kopfstärke lassen sich damit schon vor der Fertigung auf ihre strukturdynamischen Folgen prüfen.

6.8 Reflexion

Methodisch hat die Arbeit mehrere Stärken. Die Kombination dreier unabhängiger Verfahren, FEM-Simulation, Kontakt-EMA und Scanning-Vibrometrie, schafft eine Triangulationsbasis, die die Schlussfolgerungen absichert. Weil mit realen Fertigungsobjekten von Lakewood Guitars gearbeitet wurde, sind die Ergebnisse praxisnah und auf den professionellen Instrumentenbau übertragbar. Die Sensitivitätsstudie der Materialparameter beziffert die Modellunsicherheit und legt die Grenzen der Simulationsgenauigkeit offen. Dass auch die Messqualität nachvollziehbar dokumentiert ist, insbesondere die Kohärenzeinbrüche und die Kraft-Eingangs-Spektren der Scanning-Messung, entspricht den Anforderungen guter wissenschaftlicher Praxis.

Dem stehen mehrere Limitationen gegenüber, die bei der Interpretation zu beachten sind. Der nackte Holzkörper schränkt die direkte Übertragbarkeit auf das gespielte Instrument ein. Die Z-Einachsigkeit der Scanning-Messung begrenzt, wie vollständig sich die Moden allein daraus identifizieren lassen. Die Materialparameter stammen aus der Literatur und treffen nicht exakt die Eigenschaften der konkret untersuchten Hölzer. Und die Untersuchung beruht auf je einem Exemplar pro Konstruktion; um die natürliche Materialstreuung von Holz vollständig zu erfassen, wäre eine Auswertung über mehrere Exemplare und Konstruktionsvarianten nötig.

7 Fazit

7.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Diese Masterthesis hat den Einfluss der Kopfkonstruktion auf das modale Schwingungsverhalten von Gitarrenhalssystemen untersucht, systematisch und quantitativ, am Beispiel zweier realer Konstruktionen aus Bergahorn, Flachkopf und Fensterkopf, die Lakewood Guitars bereitgestellt hat. Grundlage war ein Drei-Säulen-Ansatz aus FEM-Simulation, experimenteller Modalanalyse mit Kontaktmessung und kontaktloser Scanning-Laser-Vibrometrie.

Die FEM-Simulation lieferte für beide Köpfe die ersten 20 Eigenmoden unter identischen Material- und Randbedingungen. Die dreistufige Konvergenzstudie wies die Netzunabhängigkeit nach, die Abweichung von der mittleren zur feinen Netzstufe blieb für alle 20 Moden unter 0,6 %. Als dominante Unsicherheitsgröße erwies sich der Longitudinalelastizitätsmodul EL (modenabhängig 0,22 % bis 2,29 % bei ± 5 % Variation), während eine Dichteänderung alle Eigenfrequenzen global und modenunabhängig um etwa $\pm 2,5$ % verschiebt.

Der FEM-interne Vergleich beider Köpfe zeigt eine modenabhängige, nicht skalare Frequenzverschiebung. In der Grundmode liegt der Fensterkopf 5,8 % höher (54,98 Hz gegenüber 51,95 Hz), weil die Massenreduktion von 11,27 % den Steifigkeitsverlust überwiegt. Ab Mode 5 kehrt sich das um: Das Spektrum des Fensterkopfs ist gestaucht; seine höchsten Moden liegen deutlich unter denen des Flachkopfs. Am stärksten verschieben sich die Torsionsmoden – das polare Flächenträgheitsmoment reagiert besonders empfindlich auf die Fensteraussparungen. Die über die drei Raumrichtungen aggregierte modale Energieverteilung bleibt für beide Konstruktionen nahezu identisch (Abschnitt 5.5.5).

Den methodischen Kern der numerischen Auswertung bildet die Cross-FEM-MAC-Analyse; sie erfasst den topologischen Einfluss der Fenstergeometrie auf die Modenformen. Drei Frequenzregime treten hervor: Die globalen Moden 1–4 sind strukturell identisch ($MAC > 0,99$), die mittleren Moden 5–9 tauschen ihre Reihenfolge (Mode Switching, Best-Match- $MAC > 0,94$), und ab Mode 10 zerfallen die Formen in lokale, konstruktionsabhängige Muster ($Diagonal-MAC < 0,22$).

Die experimentelle Modalanalyse mit dem Ono-Sokki-Analysator lieferte Frequenzgangfunktionen hoher statistischer Qualität (Kohärenz an den Resonanzpeaks in Z-Richtung überwiegend über 0,95; Dämpfungsgrade $\zeta = 0,014$ bis 0,38). Über die Moden 3–20 in Z-Richtung beträgt die mittlere Eigenfrequenzabweichung zwischen FEM und EMA 3,2 % (Flachkopf) bzw. 2,9 % (Fensterkopf) und bleibt damit klar unter dem Zielwert von 5 %. Nur

Mode 1 weicht stärker ab, 5 % und 12 %, was auf die endliche Nachgiebigkeit der realen Einspannung gegenüber der ideal starren FEM-Lagerung zurückgeht. Die Scanning-Laser-Vibrometrie lieferte flächenhafte Modenformbilder an 95 (Flachkopf) bzw. 87 (Fensterkopf) Messpunkten in Z-Richtung. Weil aus der Kontaktmessung nur Magnitudenspektren ohne Phase vorliegen, bleibt die MAC-basierte Formvalidierung der Scanning-Vibrometrie und der FEM vorbehalten. Der FEM $\leftrightarrow$ PSV-MAC bestätigt die Grundmode beider Köpfe formseitig (0,95 bzw. 0,99); für die höheren Moden ist er wegen der Z-Einachsigkeit nur indikativ. Die qualitative Gegenüberstellung zeigt übereinstimmende Knotenlinien und reproduziert die FEM-Vorhersage, wobei die Modenformen des Fensterkopfes die erwartete stärkere räumliche Differenzierung aufweisen. Für die Grundmode sagt die FEM eine höhere Eigenfrequenz des Fensterkopfes voraus (54,98 Hz gegenüber 51,95 Hz, +5,8 %); die Kontaktmessung stützt diese Tendenz, auch wenn die absolute Lage von Mode 1 durch die reale Einspann-Nachgiebigkeit nur eingeschränkt vergleichbar ist. Die Frequenzreihenfolge der Grundmode kann die Scanning-Vibrometrie nicht bestätigen, da ihr erster Peak bei beiden Köpfen nahe der unteren Kohärenzgrenze liegt (Abschnitt 5.4.1); ihr Beitrag liegt in der flächenhaften Formvalidierung (FEM $\leftrightarrow$ PSV-MAC 0,95 bzw. 0,99).

In Summe ergibt die Triangulation aus Eigenfrequenzvergleich, flächenhafter Formvalidierung der Grundmode und interner Formähnlichkeitsanalyse ein in sich geschlossenes, methodisch robustes Bild der strukturdynamischen Unterschiede beider Kopfkonstruktionen

7.2 Beantwortung der Forschungsfrage

Die übergeordnete Forschungsfrage lautete: Inwiefern unterscheidet sich das modale Schwingungsverhalten des Flachkopfes vom Fensterkopf, und in welchem Ausmaß sind diese Unterschiede durch FEM-basierte Simulation vorherzusagen und durch experimentelle Messungen zu validieren?

Sie lässt sich auf Basis der Ergebnisse differenziert und quantitativ beantworten. Die Kopfkonstruktion beeinflusst das modale Schwingungsverhalten des Halssystems nachweisbar, quantifizierbar und systematisch. Flach- und Fensterkopf unterscheiden sich in allen 20 berechneten Eigenmoden, in der Eigenfrequenzlage, in der räumlichen Charakteristik der Modenformen und in den aus den experimentellen FRFs gewonnenen Dämpfungsgraden. Dieser Einfluss ist keine gleichgerichtete Verschiebung aller Eigenfrequenzen, sondern eine von Mode zu Mode verschiedene Veränderung des modalen Verhaltens. Wie in Abschnitt 7.1 zusammengefasst, hebt die Fenstergeometrie die niederfrequenten Moden an und senkt sie ab Mode 5; der Übergang bei rund 590 Hz fällt mit dem Wechsel von globalen Biege- zu lokalisierten und torsionsdominierten Formen zusammen.

Die erste Teilfrage, welche quantifizierbaren Unterschiede bestehen und ob sie sich auf bestimmte geometrische Merkmale zurückführen lassen – ist damit vollständig beantwortet. Die Frequenzverschiebungen sind geometrisch begründet: Die Fenster reduzieren das polare Flächenträgheitsmoment stärker als das axiale, weshalb Torsionsmoden und lokalisierte Hochfrequenzmoden die größten relativen Verschiebungen zeigen. Die über alle drei Raumrichtungen aggregierte modale Energieverteilung unterscheidet sich zwischen beiden Konstruktionen um höchstens 0,7 Prozentpunkte. Die Fenstergeometrie verändert also die Frequenzlagen, nicht aber die grundlegende Richtungscharakteristik des Schwingungssystems. Die zweite Teilfrage, wie gut die FEM das reale modale Verhalten abbildet, beantworten die Validierungsergebnisse: Über die Moden 3 bis 20 beträgt die mittlere Eigenfrequenzabweichung zwischen FEM und EMA 3,2 % (Flachkopf) bzw. 2,9 % (Fensterkopf) und bleibt damit klar unter dem Zielwert von 5 %. Die verbleibenden Abweichungen liegen vollständig im Toleranzband, das die Materialunsicherheit vorgibt (Abschnitt 5.2.3). Die FEM gibt die strukturdynamischen Unterschiede zwischen beiden Konstruktionen also qualitativ korrekt und quantitativ näherungsweise wieder.

Die dritte Teilfrage, welche ergänzenden Erkenntnisse Kontaktmessung und Scanning-Vibrometrie gegenüber der FEM liefern, beantwortet der Drei-Säulen-Vergleich: Die Kontaktmessung bestätigt die FEM-Eigenfrequenzen in allen drei Raumrichtungen und liefert zusätzlich die modalen Dämpfungsgrade, die der FEM nicht zugänglich sind. Die Scanning-Vibrometrie ergänzt diese punktuelle Information um flächenhafte Modenformbilder, die die räumliche Deformationscharakteristik beider Köpfe direkt zeigen und einen qualitativen MAC-Abgleich mit den FEM-Modenformen erlauben. Für alle eindeutig identifizierten Moden stimmen die drei Methoden überein, in den Eigenfrequenzabweichungen wie in den Modenformcharakteren.

Die vierte Teilfrage, welche instrumentenbaulichen Schlussfolgerungen sich ableiten lassen – ergibt sich aus dem Zusammenspiel von Frequenzverschiebungen und Modencharakteren: Die Kopfkonstruktion ist ein strukturdynamisch wirksamer Entwurfparameter, der die Eigenfrequenzlagen des Halssystems im akustisch relevanten Bereich zwischen 50 Hz und 2500 Hz systematisch und modenspezifisch beeinflusst. Die besonders betroffenen Torsionsmoden, beim Fensterkopf bis zu 34 % tiefer als beim Flachkopf, sind dabei von besonderem Interesse, weil sie durch die quer zur Halsachse wirkenden Saitenzugkomponenten angeregt werden und bei Zusammenfallen mit Korpusresonanzen zu modalen Wechselwirkungen führen können. Damit liefert die Arbeit erstmals eine quantitative Grundlage, auf der sich solche Abwägungen evidenzbasiert treffen lassen.

7.3 Ausblick

Die Arbeit schließt eine bislang nicht adressierte Forschungslücke und liefert erstmals eine quantitative, methodisch triangulierte Grundlage für die strukturdynamische Bewertung von Gitarrenkopfkonstruktionen. Zugleich wirft sie eine Reihe von Folgefragen auf, die den hier begonnenen Erkenntnisprozess weiterführen würden.

Die Kontaktmessungen wurden jeweils in einer einzigen Messkampagne aufgenommen. Über die Reproduzierbarkeit der Lagerungsbedingungen zwischen verschiedenen Einspann- und Remontage-Zyklen lässt sich auf dieser Basis nichts sagen. Weiterführende Untersuchungen sollten mindestens zwei unabhängige Einspannzyklen je Kopfkonstruktion umfassen, um den Einfluss des Anzugsmoments auf die Eigenfrequenzen zu quantifizieren und die Messstreuung von der konstruktionsbedingten Variabilität zu trennen.

Der naheliegendste nächste Schritt ist, den Referenzzustand schrittweise, um die Komponenten des realen Instruments zu erweitern. Die Stimmmechaniken einer sechssaitigen Gitarre wiegen typischerweise 150 -250 Gramm. Ihr Einfluss auf die Eigenfrequenzlagen wird erheblich sein und sich wegen der unterschiedlichen Mechaniken und Einbaumöglichkeiten zwischen beiden Köpfen unterschiedlich auswirken. Werden Stimmmechaniken, Halsspannstab-Vorspannung und Saitenzugkräfte nacheinander hinzugefügt, lässt sich der isolierte Einfluss jeder Komponente auf die Moden bestimmen. Diese Arbeit liefert dafür den definierten Ausgangszustand und die Messmethodik. Die hier durchgeführte SLV-Messung erfasst nur die Z-Komponente der Oberflächenschwingung; eine vollständige, dreidimensionale MAC-Analyse zwischen FEM- und gemessenen Modenformen bräuchte ein 3D-Scanning-Vibrometer, dass alle drei Raumrichtungen kontaktlos und flächenhaft simultan erfasst. Mit dem PSV-500-3D bietet Polytec eine direkte Erweiterung des verwendeten Systems an. Sein Einsatz würde die methodische Lücke der einachsigen Modenformrekonstruktion schließen und die FEM-Modenformen vollständig und quantitativ validieren, auch die Biegemoden in der Kopfebene und die Torsionsmoden, die die Z-Messung nur unvollständig erfasst.

Die Sensitivitätsstudie hat den Longitudinalelastizitätsmodul EL als dominante Unsicherheitsgröße ausgewiesen. Ihn direkt am Untersuchungsmaterial zu bestimmen, etwa über die Ultraschall-Wellengeschwindigkeit in Faserrichtung, würde die Abhängigkeit von Literaturwerten beseitigen und die Simulationsgenauigkeit für Mode 1 und die biegedominierten niederfrequenten Moden gezielt verbessern. Alternativ passt die modellbasierte Parameteridentifikation, *model updating*, die FEM-Materialparameter so an, dass die Übereinstimmung mit den experimentellen Eigenfrequenzen und MAC-Werten maximal wird, ein Verfahren, für das die hier erzeugten Datensätze die vollständige

Eingangsgrundlage bilden. Die in dieser Arbeit validierte FEM-Plattform trägt darüber hinaus eine systematische virtuelle Parameterstudie, in der sich einzelne geometrische Größen, Fensterbreite, Mittelstegstärke, Kopfstärke, Kopfwinkel, isoliert variieren und auf ihre strukturdynamischen Folgen prüfen lassen. So ließe sich die Eigenfrequenzlage des Halssystems als gezieltes Entwurfsziel in den Entwicklungsprozess aufnehmen und konstruktive Entscheidungen auf quantitativer Grundlage treffen, statt wie bisher allein auf Erfahrungswissen. Aus dem Methodenvergleich (Abschnitt 6.2–6.5) folgt für den Instrumentenbau eine klare Empfehlung: FEM zur Vorauslegung und zum kontrollierten Variantenvergleich, Scanning-Laser-Vibrometrie zur flächenhaften Validierung der Modenformen, Kontaktmessung als schneller, zugänglicher Frequenzabgleich. Am wirksamsten lässt sich das Schwingverhalten neuer Kopfkonstruktionen also durch eine FEM-gestützte Vorauslegung mit anschließender laser-vibrometrischer Verifikation charakterisieren. Eine systemische Betrachtung des vollständig bespielten Instruments, einschließlich der modalen Kopplung zwischen Halssystem und Korpusresonanzen, würde die akustische Bedeutung der hier quantifizierten Frequenzunterschiede unmittelbar greifbar machen. Besonders die Frage, ob die beim Fensterkopf um bis zu 34 % tiefer liegenden höherfrequenten Moden mit Hohlraumresonanzen des Korpus in Wechselwirkung treten und so eine hörbare Klangdifferenz erzeugen, ist für die akustische Auslegung praktisch unmittelbar relevant und mit den Methoden dieser Arbeit direkt untersuchbar.

8 Abbildungsverzeichnis

<i>Abbildung 4.1: Simulationen der Kopfkonstruktionen in SimScale</i>	26
<i>Abbildung 4.2: CAD-Modell in SimScale</i>	28
<i>Abbildung 4.3: Einspannung, Fixed Support Flächen in SimScale</i>	30
<i>Abbildung 4.4: Netzdichte 9, Mesh Tetraeder, Fensterkopf</i>	31
<i>Abbildung 4.5: Versuchsaufbau Kontaktmessung Ono Sokki CF-7200</i>	32
<i>Abbildung 4.6: Messpunkte vom Beschleunigungsaufnehmer virtuell dargestellt in ParaView, Flachkopf und Fensterkopf</i>	34
<i>Abbildung 4.7: Versuchsaufbau Scanning-Laser-Vibrometrie Polytec PSV-500</i>	37
<i>Abbildung 4.8: PSV-Messpunkt, Netz für Flachkopf und Fensterkopf im PSV-Scan View, Domäne: RMS, Signal: Vib Geschwindigkeit, Gesamte Bandbreite</i>	38
<i>Abbildung 4.9: MAC-Schema im Überblick</i>	42
<i>Abbildung 5.1: FEM-Eigenfrequenzen, Mesh 9, log, Flachkopf und Fensterkopf</i>	45
<i>Abbildung 5.2: Eigenfrequenzen - Konvergenzstudie log, Flachkopf und Fensterkopf</i>	47
<i>Abbildung 5.3: MEM-Konvergenzstudie, Flachkopf und Fensterkopf</i>	48
<i>Abbildung 5.4: FEM-Sensitivität der Eigenfrequenzen</i>	51
<i>Abbildung 5.5: Cross-FEM-MAC-Matrix (Flachkopf vs. Fensterkopf, Netz 9)</i>	52
<i>Abbildung 5.6: OnoSokki, gemittelte FRF beider Kopfkonstruktionen</i>	55
<i>Abbildung 5.7: OnoSokki, gemittelte Kohärenz beider Kopfkonstruktionen</i>	57
<i>Abbildung 5.8: OnoSokki, gemittelter Leistungsspektrum beider Kopfkonstruktionen</i>	57
<i>Abbildung 5.9: PSV-Messungen, gemittelte FRF, Flachkopf und Fensterkopf</i>	58
<i>Abbildung 5.10: FRF 3D - Wasserfalldiagramm Flachkopf, 95 Messpunkte</i>	60
<i>Abbildung 5.11: FRF 3D - Wasserfalldiagramm Fensterkopf, 87 Messpunkte</i>	60
<i>Abbildung 5.12: PSV-Messungen, Auto Power, Flachkopf und Fensterkopf</i>	62
<i>Abbildung 5.13: PSV-Messungen, Kohärenz, Flachkopf und Fensterkopf</i>	63
<i>Abbildung 5.14: PSV-Messungen, Linear Spektrum, Flachkopf und Fensterkopf</i>	63
<i>Abbildung 5.15: Streudiagramm Simulation, gegen Messungen, Kontakt und Kontaktlose Messungen</i>	66
<i>Abbildung 5.16: Auto-MAC der PSV-Messungen, Flachkopf und Fensterkopf</i>	67
<i>Abbildung 5.17: Registrierung der PSV-Messpunkte auf das FE-Netz, Flachkopf und Fensterkopf</i>	68
<i>Abbildung 5.18: FEM $\leftrightarrow$ PSV MAC-Matrix, Flachkopf und Fensterkopf</i>	69
<i>Abbildung 5.19: FEM-Grundmoden, Flachkopf und Fensterkopf</i>	70
<i>Abbildung 5.20: Verschiebungsverteilung pro Richtung MEM-basiert</i>	71
<i>Abbildung 5.21: Heatmaps der FEM-Simulationen, normierte mittlere RMS pro Mode und Richtung, Flachkopf und Fensterkopf</i>	71

9 Tabellenverzeichnis

<i>Tabelle 1: Physikalische Kennwerte der virtuellen CAD- und FEM-Modelle</i>	23
<i>Tabelle 2: Reale Messparameter, Rohlingmessungen</i>	24
<i>Tabelle 3: Simulationsparameter für Ahorn</i>	27
<i>Tabelle 4: Eigenfrequenzen in Hz im Vergleich der Netzfeinheiten, Mesh Tetraeder</i>	46
<i>Tabelle 5: Sensitivitätsanalyse, Abweichung in Prozent</i>	50
<i>Tabelle 6: Cross-FEM-MAC Übersicht</i>	53
<i>Tabelle 7: Frequenzvalidierte FEM – PSV – Modenpaare</i>	65

10 Literaturverzeichnis

- Allemang, R. J. und Brown, D. L.: *A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis*, Orlando 1982.
- Allemang, Randall J: *The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse*, in: *Sound And Vibration*, (2003),.
- Avitabile, Peter: *Experimental Modal Analysis - A Simple Non-Mathematical Presentation*, in: *Sound and Vibration*, (2001),.
- Bathe, Klaus-Jürgen (Hrsg.): *Finite Element Procedures*, 2nd edition, Watertown, MA 2014.
- Bendat, Julius S. und Piersol, Allan G.: *Random Data: Analysis And Measurement Procedures*, New York, NY 2010.
- Bissinger, George: *Modal analysis of a violin octet*, Greenville 2003.
- Bodig, József und Jayne, Benjamin A.: *Mechanics of Wood and Wood Composites*, New York 1982.
- Bucur, Voichita: *Acoustics of Wood*, Berlin 2006.
- Carruth, Alan: *The Unofficial Martin Guitar Forum-Break Angle Range*, online unter: <https://umgf.com/break-angle-range-t95439-s10.html> (abgerufen am: 21.6.2026).
- Castellini, P.; Martarelli, M. und Tomasini, E.P.: *Laser Doppler Vibrometry: Development of advanced solutions answering to technology's needs*, in: *Mechanical Systems and Signal Processing*, Jg. 20 Nr. 6 (2006), S. 1265–1285.
- Cook, Robert D.; Malkus, D. S. und Plesha, M. E. (Hrsgg.): *Concepts and applications of finite element analysis*, 4. ed, New York, NY 2002.
- Curtu, Ioan; Stanciu, Mariana D; Crețu, Nicolae C und Roșca, Călin I: *Modal Analysis of Different Types of Classical Guitar Bodies*, Prag 2009.
- Dinulica, Florin; Savin, Adriana und Stanciu, Mariana Domnica: *Physical and Acoustical Properties of Wavy Grain Sycamore Maple (Acer pseudoplatanus L.) Used for Musical Instruments*, in: *Forests*, Jg. 14 Nr. 2 (2023), S. Art.-Nr.197.
- Ewins, D. J.: *Modal testing: theory, practice, and application*, 2. Aufl., Baldock, Hertfordshire, England ; Philadelphia, PA 2000.
- French, Richard Mark: *Acoustic Guitar Design*, Cham 2022.
- Gore, Trevor und Gilet, Gerard: *Contemporary Acoustic Guitar Design and Build*, in: Terrey Hills 2016, Bd.Vols 1 and 2.
- Jeske, Hauke und Grosser, Dietger: *Das Holz des Bergahorns – Eigenschaften und Verwendung*, Freising 2009.
- Karpik, Anna; Cosco, Francesco und Mundo, Domenico: *Higher-Order Hexahedral Finite Elements for Structural Dynamics: A Comparative Review*, in: *Machines*, Jg. 11 Nr. 3 (2023), S. Art.-Nr.326.

Kaselouris, Evaggelos; Bakarezos, Makis; Tatarakis, Michael; Papadogiannis, Nektarios A. und Dimitriou, Vasilis: *A Review of Finite Element Studies in String Musical Instruments*, in: *Acoustics*, Jg. 4 Nr. 1 (2022), S. 183–202.

Löw, Alexandre M.; Gomes, Herbert M. und Vasques, César M. A.: *Concise Review of Classical Guitar Modelling Technologies*, in: *The 2nd International Electronic Conference on Applied Sciences*, Engineering Proceedings Nr. 11 (2021), S. Art.-Nr.25.

Lucchimeter: *LucchiMeter Minipalm model Instruction Manual*, Cremona 2013.

Maia, Nuno Manuel Mendes und Silva, Júlio M. M.: *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Taunton 1997.

Natke, Hans Günther: *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*, Braunschweig/Wiesbaden 1992.

Pastor, Miroslav; Binda, Michal und Harčarik, Tomáš: *Modal Assurance Criterion*, in: *Procedia Engineering*, Jg. 48 (2012), S. 543–548.

Piezotronics: *Beschleunigungsaufnehmer, PCB 352B10 und Impulshammer, PCB 086E80*.

Pisarciuc, Cristian; Dan, Ioan und Cioară, Romeo: *The Influence of Mesh Density on the Results Obtained by Finite Element Analysis of Complex Bodies*, in: *Materials*, Jg. 16 (2023), S. Art.-Nr.2555.

Robert Bosch GmbH: *Produktdatenblatt: GSB 18V 28*.

Ross, Robert J: *Wood Handbook, Wood as an Engineering Material*, Madison 2010.

Saltelli, Andrea (Hrsg.): *Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models*, Reprinted, Chichester/Weinheim 2007.

SIEMENS: Article, *Modal Assurance Criterion (MAC)*, online unter: <https://community.sw.siemens.com/s/article/modal-assurance-criterion-mac> (abgerufen am: 22.6.2026).

Sonderegger, Walter; Martienssen, Anne; Nitsche, Christiane; Ozyhar, Tomasz; Kaliske, Michael und Niemz, Peter: *Investigations on the physical and mechanical behaviour of sycamore maple (Acer pseudoplatanus L.)*, in: *European Journal of Wood and Wood Products*, Jg. 71 Nr. 1 (2013), S. 91–99.

Stanbridge, A B; Khan, A Z und Ewins, D J: *Modal Testing using Impact Excitation and a Scanning LDV*, in: *Shock and Vibration*, Jg. 7 Nr. 2 (2000), S. 91–100.

Stanbridge, A.B. und Ewins, D.J.: *Modal Testing Using A Scanning Laser Doppler Vibrometer*, in: *Mechanical Systems and Signal Processing*, Jg. 13 Nr. 2 (1999), S. 255–270.

Trethewey, M. W. und Cafeo, J. A.: *Signal Processing Aspects of Structural Impact Testing*, in: *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Jg. 7 Nr. 2 (1992), S. 129–149.

Zienkiewicz, O. C.; Taylor, Robert L. und Fox, David: *The finite element method for solid and structural mechanics*, 7th ed, Amsterdam ; Boston 2014.

11 Hilfsmittel

Die eigenständige geistige Leistung stand zu jederzeit im Vordergrund; sämtliche Ergebnisse, Zahlen und Schlussfolgerungen wurden eigenständig erarbeitet, geprüft und verantwortet.

Geräte

- PCB Piezotronics: Model 352B10 ICP-Beschleunigungsaufnehmer, Datenblatt, Depew
- PCB Piezotronics: Model 086E80 ICP-Impulshammer, Bedienungsanleitung/Datenblatt
- Extender Mass, stainless steel, 0.250" dia x 0.20", 0.044 oz (1.25 gm), for Model 086E80
- Ono Sokki: Portable FFT Analyzer CF-7200, Vibration Analysis Procedure
- Polytec: PSV-500 Scanning Laser Vibrometer
- LucchiMeter: Lucchimeter Minipalm model
- Bosch: GSB 18V 28

Software-Werkzeuge

- Autodesk Fusion 360 – CAD-Aufbereitung der Hals-Kopfgeometrien
- SimScale – FEM-Modalanalyse (Eigenfrequenzen, Modenformen, MEM, Koordinaten)
- ParaView 6.0.1 – Export und Visualisierung der FEM-Modenformen, Interpolation in Z-Richtung, Visualisierung der Ono Sokki Messpunkte
- MATLAB R2025b – Auswertungen und Visualisierungen der Ergebnisse (MAC, Konvergenz, Sensitivität, FRF-/Peak-Analyse, Schätzer, Zusammenfassungen in Tabellenform, Graphiken)
- REW (Room EQ Wizard) – FRF-Sichtung und Spektrumskontrolle
- Polytec PSV-Scan-Viewer – Erfassung und Export der SLV-Messungen

KI-gestützte Werkzeuge

- Claude (Anthropic) – Code Erstellungen, Rechenwege, Visualisierungen der Graphiken
- Qwen (Alibaba) – Unterstützung bei den Visualisierungen der Graphiken
- Visual Studio Code – Quelldatenstruktur Erfassung und Einlesen, Code Korrekturen und wissenschaftliche Überprüfungen

12 Anhang

Kernformeln der verwendeten Analysemethoden

Code 1, FEM-Auswertung

Relative Konvergenzabweichung:

$$\Delta f_{rel} = \frac{|f_{grob} - f_{fein}|}{f_{fein}} \times 100 \%$$

Relative Sensitivität der Eigenfrequenz:

$$S_i = \frac{f_{variiert,i} - f_{ref,i}}{f_{ref,i}} \times 100 \%$$

Modale effektive Masse (aus SimScale-Export, Richtung r):

$$m_{eff,i,r} = \frac{(\phi_i^T \mathbf{M} \mathbf{L}_r)^2}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i}$$

Normierte MEM (als Prozentualer Anteil der Gesamtmasse):

$$\tilde{m}_{eff,i,r} = \frac{m_{eff,i,r}}{m_{gesamt}}$$

Kumulierte normierte MEM:

$$\tilde{M}_{kum,n,r} = \sum_{i=1}^n \tilde{m}_{eff,i,r}$$

Code 2, Kontaktmessung Ono Sokki

H1-Schätzer der Frequenzgangfunktion:

$$H_1(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xx}(f)}$$

Kohärenzfunktion:

$$\gamma^2(f) = \frac{|S_{xy}(f)|^2}{S_{xx}(f) \cdot S_{yy}(f)}$$

Gütefaktor (−3 dB-Bandbreite):

$$Q = \frac{f_{res}}{\Delta f_{-3\text{ dB}}} = \frac{f_{res}}{f_{high} - f_{low}}$$

Modaler Dämpfungsgrad:

$$\zeta = \frac{1}{2Q}$$

Relativer Eigenfrequenzvergleich FEM vs. EMA:

$$\Delta f = \frac{|f_{FEM} - f_{EMA}|}{f_{EMA}} \times 100 \%$$

Code 3, Scanning-Vibrometrie Polytec PSV-500

FRF-Mittelung (Median über alle Scan-Punkte je Frequenzstützstelle):

$$\bar{H}(f_k) = \text{median}_{j=1}^{N_{MP}} | H_j(f_k) |$$

dB-Umwandlung:

$$H_{dB}(f) = 20 \cdot \log_{10}(\bar{H}(f))$$

Peak-Identifikation nach Mindestabstand d_{min} und Mindestprominenz p_{min} : über MATLAB findpeaks mit MinPeakDistance und MinPeakProminence.