

Masterarbeit

Auslegung und Optimierung eines Prüfstandes zur Ermittlung von Reib- beiwerten und Verschleißkenngrößen

eingereicht an der
Fakultät Kraftfahrzeugtechnik der
Westsächsischen Hochschule Zwickau
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Master of Science

vorgelegt von:

S c h a u b , F a b i a n

geb. am: 11.01.2001

Studiengang Fahrzeugtechnik (Master)

Ausgegeben von:

Prof. Dr.-Ing. A. Maiwald

Erstbetreuer/Zweitbetreuer:

Prof. Dr.-Ing. A. Maiwald / Prof. Dr.-Ing. F. Becker

Autorenreferat

Im Automobil- und Maschinenbau sind kraft- bzw. reibschlüssige Verbindungselemente allgegenwärtig. Zur Leistungssteigerung dieser Verbindungen kann der Reibungskoeffizient beeinflusst werden. Die Auswirkungen einzelner tribologischer Maßnahmen auf den Reibwert einer Materialprobenpaarung werden mit Prüfständen experimentell erforscht. Der im Rahmen dieser Arbeit untersuchte hydraulische Reibwertprüfstand presst eine Materialprobenpaarung gegeneinander und verdreht sie zueinander. Für eine korrekte Erfassung des Reibwertes muss eine gleichmäßige Flächenpressung zwischen den beiden Proben vorliegen. Es kommt bei dem zu untersuchenden Prüfstand in der Realität zu einem Verkippen der Proben zueinander. Die Ursachenfindung dieses Verkippen bildet den Kern dieser Arbeit. Dafür wird die finite Elemente Methode (FEM) eingesetzt. Weiterhin wird eine mögliche Substitution des hydraulischen Drehzylinders durch einen E-Antrieb untersucht, verbunden mit einer Erhöhung des möglichen Drehmoments zur Verdrehung der Proben zueinander. Für die zur Erfassung des Drehmoments eingesetzte Messwelle wird ein Festigkeitsnachweis nach FKM-Richtlinie durchgeführt.

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit in allen Teilen selbstständig angefertigt und keine anderen als die in der Arbeit angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, und dass die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form in noch keiner anderen Prüfung vorgelegen hat. Mir ist bewusst, dass ich Autor/in der vorliegenden Arbeit bin und volle Verantwortung für den Text trage. ☒

Ich erkläre, dass ich wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken – dazu gehören auch Internetquellen – übernommene Inhalte als solche kenntlich gemacht und die entsprechenden Quellen angegeben habe. ☒

Mir ist bewusst, dass meine Arbeit auf Plagiate überprüft werden kann. Mir ist bekannt, dass es sich bei der Abgabe eines Plagiats um ein schweres akademisches Fehlverhalten handelt und dass Täuschungen nach der für mich gültigen Prüfungsordnung geahndet werden. ☒

Zusätzlich versichere ich, dass ich auf künstlicher Intelligenz (KI) basierende Werkzeuge nur in Absprache mit den Prüfern verwendet habe. Dabei stand meine eigene geistige Leistung im Vordergrund, und ich habe jederzeit den Prozess steuernd bearbeitet. ☒

Diese Werkzeuge habe ich im Quellenverzeichnis in der Rubrik „Übersicht verwendeter Hilfsmittel“ mit ihrem Produktnamen und einer Übersicht des im Rahmen dieser Prüfungs-/Studienarbeit genutzten Funktionsumfangs unter Angabe der Textstelle in der Arbeit vollständig aufgeführt. ☒

Ich versichere, dass ich keine KI-basierten Tools verwendet habe, deren Nutzung die Prüfer explizit schriftlich ausgeschlossen haben. Ich bin mir bewusst, dass die Verwendung von Texten oder anderen Inhalten und Produkten, die durch KI-basierte Tools generiert wurden, keine Garantie für deren Qualität darstellt. ☒

Ich verantworte die Übernahme jeglicher von mir verwendeter maschinell generierter Passagen vollumfänglich selbst und trage die Verantwortung für eventuell durch die KI generierte fehlerhafte oder verzerrte Inhalte, fehlerhafte Referenzen, Verstöße gegen das Datenschutz- und Urheberrecht oder Plagiate. ☒

Weißenhof, 02.06.2026

Ort, Datum

F. Schaub

Unterschrift

Aufgabenstellung

Thema:

- Auslegung und Optimierung eines Prüfstandes zur Ermittlung von Reibbeiwerten und Verschleißkenngrößen

Inhalte / Hauptschwerpunkte:

- Auslegung des elektrischen Antriebes
- FE-Simulation des Spannungs- und Verformungsverhaltens unter definierten Lasten
- Optimierung / konstruktive Anpassung zur Minimierung unerwünschter Relativbewegungen
- Festigkeitsnachweis für ausgewählte Bauteile

Ausgegeben von:

Prof. Dr.-Ing. Andreas Maiwald

Westsächsische Hochschule Zwickau

University of Applied Sciences

Institut für Kraftfahrzeugtechnik

Professur für Getriebelehre / Konstruktion und Simulation von Mehrkörpersystemen

Vorwort

Ich bedanke mich hiermit bei allen Menschen, die mich auf meinem bisherigen Weg begleitet haben - meiner Familie, meinen Lehrern und Professoren, meinen Freunden, meinen Kommilitonen und meinen Kollegen. Für die Vermittlung von erster praktischer Ingenieurserfahrung bedanke ich mich bei meinem Praktikums- und Diplombetrieb in Zwickau. In besonderem Maße bedanke ich mich bei meinem heutigen Arbeitgeber, der IAMT-Engineering in Weischlitz für die Zurverfügungstellung der Simulationstools und Rechenkapazitäten. Weiterhin hervorzuheben sind mein Teamleiter Dr. Robert Schliebner und mein Kollege Jan Völker. Beide haben mir in meiner bisherigen Zeit in dem Unternehmen sowohl meinen FE-theoretischen Wissensschatz erweitert, sowie das praktische Handwerk eines Berechnungsingenieurs vermittelt.

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Abbildungen	III
Verzeichnis der Tabellen	VI
Verzeichnis der Formeln.....	VII
Abkürzungen und Formelzeichen	XII
Begriffserläuterung	XVII
1 Einleitung	1
2 Stand der Technik	3
2.1 Einführung Reibwertprüfstand	3
2.2 Einführung Anwendung FEM	5
2.3 Einführung Theorie FEM [17]	7
2.3.1 Einführung Elastizitätstheorie am Beispiel eines Stabs.....	8
2.3.2 Einführung Diskretisierung	10
2.3.3 Diskretisierung am Beispiel eines Stabs	12
2.3.4 Einführung Energiemethoden.....	16
2.3.5 Einführung Gaußintegration und Spannungsauswertung.....	18
2.3.6 Ausgewählte Elementtypen.....	21
3 Antriebsauslegung	26
4 Untersuchung des Verformungsverhaltens des Prüfstands	28
4.1 Modellbeschreibung Ausgangsmodell.....	28
4.1.1 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Geometrie	28
4.1.2 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Vernetzung	29
4.1.3 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Connectoren	30
4.1.4 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Schraubverbindungen.....	32
4.1.5 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Lagerung.....	33

4.1.6	Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Lasteinleitung.....	33
4.1.7	Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Kontakte.....	35
4.1.8	Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Mess-RBE3.....	36
4.1.9	Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Rechenablauf.....	36
4.2	Ergebnisse Ausgangsmodell.....	37
4.3	Abbildung einer Schwankung der Montagevorspannkraft	39
4.4	Auswirkungen einer Schwankung der Montagevorspannkraft	40
4.5	Konstruktionsanpassung zur Verminderung des Verkippens	41
4.6	Auswirkungen einer Schwankung der Montagevorspannkraft auf die angepasste Konstruktion.....	42
5	Festigkeitsnachweis Messwelle	45
5.1	Modellbeschreibung Festigkeitsnachweis der Messwelle	45
5.2	Ausgangspunkt Festigkeitsnachweis	48
5.3	Statischer Festigkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen (FKM).....	50
5.4	Ermüdungsfestigkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen (FKM).....	53
6	Zusammenfassung.....	59
7	Ausblick.....	60
	Quellenverzeichnis	61
	Verzeichnis der Anlagen.....	64

Verzeichnis der Abbildungen

Bild 2-1:	HRP 2500 [14]	3
Bild 2-2:	Kern des Prüfstands [15]	4
Bild 2-3:	Anwendungsablauf FEM [6], S.6	5
Bild 2-4:	Schematische Darstellung des Beispielbalkens	6
Bild 2-5:	CAD-Modell des Beispielbalkens.....	6
Bild 2-6:	FE-Netz des Beispielbalkens.....	7
Bild 2-7:	Spannungen am Balken (Verformung hundertfach überhöht dargestellt) ...	7
Bild 2-8:	Eingespannter Beispielstab mit Kraft f und Linienlast $s(x)$ [17], S.8.....	8
Bild 2-9:	Lokale Dehnung $u'(x)$ als Ableitung der Verschiebungsfunktion $u(x)$ [17], S.9	8
Bild 2-10:	Schnittreaktionen des Stababschnitts dx [17], S.10	9
Bild 2-11:	Approximation der Verschiebung durch Näherung [17], S.7	11
Bild 2-12:	Diskretisierung des Stabs und Stabelement [17], S.15, S.12	12
Bild 2-13:	Formfunktionen am linearen Stabelement [17], S.13.....	13
Bild 2-14:	Schnittreaktionen am linearen Stabelement [17], S.14.....	14
Bild 2-15:	Schnittreaktionen am Stabbeispiel [17], S.15	15
Bild 2-16:	Transformation globales Koordinatensystem in natürliches Elementkoordinatensystem [17], S.85	19
Bild 2-17:	Prinzip numerische Integration am Bsp. der Newton-Cotes-Quadratur - Trapezregel [17], S.128	19
Bild 2-18:	Gauß-Quadratur mit Integrationspunkten [17], S.133	20
Bild 2-19:	Unterschied ungemittelt und gemittelt Ergebnis [17], S.134.....	21
Bild 2-20:	Dimensionsreduktion des flächigen Bauteils [17], S.101	22
Bild 2-21:	Lineares Hexaederelement [17], S.116	23
Bild 2-22:	Eindimensionales Element [17], S.90	23
Bild 2-23:	Unterschied RBE2- und RBE3-Element [8], S.216	24
Bild 2-24:	Bsp. Anwendung Connector-Element [7].....	25
Bild 3-1:	SIMOTICS S-1FG1 Baureihe [21].....	27
Bild 4-1:	CAD-Geometrie des Reibwertprüfstands.....	28
Bild 4-2:	Überführung der CAD-Geometrie in ein FE-Modell	29
Bild 4-3:	Connector zur Abbildung des hydraulischen Drehzylinders.....	30
Bild 4-4:	Connector zur Sicherstellung der realen Drehmomentenabstützung.....	30

Bild 4-5:	Schnittdarstellung der CAD-Geometrie im Bereich der Brücke	31
Bild 4-6:	Schnittdarstellung der Drehmomentenabstützung	31
Bild 4-7:	Connector zur Abbildung des Pendelrollenlagers	32
Bild 4-8:	Abbildung der M24-Verschraubung des oberen Rohrprofils durch Balkenelemente	32
Bild 4-9:	Lagerung des Prüfstands über Spannfeld	33
Bild 4-10:	Position der Pre-Tension-Section zur Abbildung der Normalkraft.....	34
Bild 4-11:	Pre-Tension-Section für die hydraulische Drehmomentenabstützung	35
Bild 4-12:	Gesamtmodell (links), Tie-Bereiche (mitte) und Kontakt-Bereiche (rechts)	35
Bild 4-13:	Mess-RBE3 des unteren Probenkörpers	36
Bild 4-14:	Flächenpressung im Kontaktbereich der unteren Reibprobe in Step 3 (links) und Step 4 (rechts) - Ausgangsmodell	37
Bild 4-15:	Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 1 und 2 - Ausgangsmodell	37
Bild 4-16:	Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 3 und 4 – Ausgangsmodell	38
Bild 4-17:	M24-Verschraubung des oberen Deckprofils.....	38
Bild 4-18:	Auszug aus dem Startdeck des modifizierten Modells.....	39
Bild 4-19:	Flächenpressung im Kontaktbereich der unteren Reibprobe in Step 3 (links) und Step 4 (rechts) – Modell mit Schwankung der Vorspannkraft..	40
Bild 4-20:	Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 1 und 2 - Modell mit Schwankung der Vorspannkraft.....	41
Bild 4-21:	Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 3 und 4 – Modell mit Schwankung der Vorspannkraft.....	41
Bild 4-22:	Ausgangsmodell (links), Modell mit Einschweißhülsen (rechts)	42
Bild 4-23:	Flächenpressung im Kontaktbereich der unteren Reibprobe in Step 3 (links) und Step 4 (rechts) – Modell mit Schwankung der Vorspannkraft und Einschweißhülsen.....	43
Bild 4-24:	Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 1 und 2 - Modell mit Schwankung der Vorspannkraft und Einschweißhülsen	43
Bild 4-25:	Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 3 und 4 – Modell mit Schwankung der Vorspannkraft und Einschweißhülsen	44
Bild 5-1:	Position der Messwelle	45
Bild 5-2:	Modell Messwelle für Festigkeitsnachweis	46
Bild 5-3:	Kontaktbereiche Modell Messwelle für Festigkeitsnachweis	47
Bild 5-4:	Maximale Von-Mises-Spannung im Nachweisbereich samt Hauptspannungen	48
Bild 5-5:	Berechnungsergebnisse Ermittlung plastische Formzahl	51

Bild 5-6: Berechnungsergebnisse Spannungsgradient am Nachweispunkt54

Verzeichnis der Tabellen

Tabelle 5-1: Festigkeits-(Norm-)Kennwerte Messwellenwerkstoff [3] Tabelle 5.1.5 ..49

Verzeichnis der Formeln

(1) Grundgleichung Haftreibung [10], B15	1
(1) Grundgleichung Gleitreibung [10], B15	1
(3) Grundgleichung der FEM (ausformuliert) [6], S.7	5
(4) Gesamtdehnung Beispielstab [17], S.9	8
(5) Lokale Dehnungen am Stab [17], S.10.....	9
(6) Hooke'sches Materialgesetz (linear) [17], S.10	9
(7) Schnittkraft des Stabes aus mechanischer Spannung und Querschnittsfläche [17], S.10.....	9
(8) Berechnung des Zuwachses der Schnittkraft am Stababschnitt [17], S.10	10
(9) Schnittreaktionent am Stababschnitt [17], S.10.....	10
(10) Differentialgleichung des Stababschnitts [17], S.10	10
(11) Stammfunktion des Stababschnitts [17], S.11.....	10
(12) Verschiebung am Stab an der Position x [17], S.11	10
(13) Schnittkraft am Stab an Position x [17], S.11	10
(14) Lineare Näherungslösung des Verschiebungsverlaufs des Stabelements [17], S.12.....	12
(15) Näherungslösung des Verschiebungsverlaufs des linearen Stabelements in Matrizenschreibweise [17], S.13	13
(16) Ableitung der Näherungsfunktion der Verschiebungsfunktion des linearen Stabelements [17], S.13.....	13
(17) Berechnung der Stabkraft (Näherung) [17], S.14	13

(18) Berechnung der Knotenkräfte [17], S.14	14
(19) Berechnung der Knotenkräfte in Matrizenschreibweise [17], S.14	14
(20) Berechnung der Knotenkräfte in Matrizenschreibweise (zusammengefasst) [17], S.14.....	14
(21) Gleichgewichtsbedingungen an den Knoten der Stabelemente [17], S.15.....	15
(22) Knotenkräftegleichgewichte ausgedrückt durch Knotenverschiebungen [17], S.15	15
(23) Berechnung der Knotenkräfte in Matrizenschreibweise [17], S.16	16
(24) Grundgleichung der FEM [17], S.16	16
(25) Berechnung des Gesamtpotenzials [17], S.51	16
(26) Formänderungsenergie [17], S.51.....	16
(27) Ableiten und Nullsetzen des Gesamtpotenzials [17], S.48	17
(28) Näherung der Elementdehnungen (zusammengefasst) [17], S.64.....	17
(29) Näherung der Elementspannungen [17], S.65	17
(30) Potenzial der inneren Energie am Element [17], S.65.....	17
(31) Potenzial der äußeren Kräfte am Element (vereinfacht) [17], S.65-66	17
(32) Gesamtpotenzial des elements (vereinfacht) [17], S.65	17
(33) Ableitung des Gesamtpotenzials (vereinfacht) [17], S.65-66.....	17
(34) Formel für die Entwicklung einer Elementsteifigkeitsmatrix im globalen Koordinatensystem [17], S. 66	18
(35) Formel für die Entwicklung einer Elementsteifigkeitsmatrix im globalen Koordinatensystem [17], S. 89	18
(36) Mehrdimensionales Integral durch Gauß-Quadratur [17], S. 132.....	20

(37) Berechnung des Reibdurchmessers [15]	26
(38) Berechnung des maximalen Proben-Reib-Drehmoments	26
(39) Berechnung der Schlupfwinkelamplitude	26
(40) Berechnung der Schlupfwinkelamplitude	26
(41) Berechnung der max. Antriebsleistung inf. Proben-Reib-Drehmoment	27
(42) Formel zur Berechnung der Zugfestigkeit [3], Kap. 1.2.1.1	49
(43) Formel zur Berechnung der Streckgrenze [3], Kap. 1.2.1.1	49
(44) Formel zur Berechnung der Dehngrenze [3], Kap. 1.2.1.1	49
(45) Berechnung des effektiven Durchmesser [3], Kap. 1.2.1.5	49
(46) Berechnung der Zugfestigkeit der Messwelle [3], Kap. 1.2.1.1	50
(47) Berechnung der Streckgrenze der Messwelle [3], Kap. 1.2.1.1	50
(48) Berechnung der Dehngrenze der Messwelle [3], Kap. 1.2.1.1	50
(49) Formel zur Berechnung der stat. Bauteilwechselfestigkeit [3], Kap. 3.4.1	50
(50) Formel zur Berechnung der plastischen Stützzahl [3], Kap. 3.3.1.1	50
(51) Berechnung des Verfestigungsfaktors [3], Kap. 3.3.1.1	51
(52) Berechnung der plastischen Formzahl [3], Kap. 3.3.1.1	52
(53) Berechnung der plastischen Stützzahl [3], Kap. 3.3.1.1	52
(54) Berechnung der statischen Bauteilwechselfestigkeit [3], Kap. 3.4.1	52
(55) Formel zur Berechnung des Gesamtsicherheitsfaktors (für den stat. Festigkeitsnachweis) [3], Kap. 3.5.2	52
(56) Berechnung des Gesamtsicherheitsfaktors (für den stat. Festigkeitsnachweis) [3], Kap. 3.5.2	52

(57) Berechnung des Vergleichsauslastungsgrads [3], Kap. 3.5.2	52
(58) Berechnung der Zug-Druck-Wechselfestigkeit [3], Kap.4.2.1.2	53
(59) Formel zur Berechnung der Konstruktionsfaktoren [3], Kap.4.3.1.1	53
(60) Formel zur Berechnung des Spannungsgefälles [3], Kap.4.3.1.3.3	54
(61) Berechnung des Spannungsgefälles für die erste Hauptspannung [3], Kap.4.3.1.3.3.....	54
(62) Berechnung des Spannungsgefälles für die dritte Hauptspannung [3], Kap.4.3.1.3.3.....	54
(63) Formel für die Berechnung der statischen Stützzahl [3], Kap. 4.3.1.3.1.....	54
(64) Berechnung der statischen Stützzahl für die erste Hauptspannung [3], Kap. 4.3.1.3.1	54
(65) Berechnung der statischen Stützzahl für die dritte Hauptspannung [3], Kap. 4.3.1.3.1	54
(66) Formel für die Berechnung des Schätzwertes der Kerbwirkungszahl [3], Kap .4.3.1.2	55
(67) Formel für die Berechnung der Formzahlen [3], Kap. 4.3.1.2.....	55
(68) Berechnung der Formzahlen für die erste Hauptspannung [3], Kap. 4.3.1.2.....	55
(69) Berechnung der Formzahlen für die dritte Hauptspannung [3], Kap. 4.3.1.2.....	55
(70) Berechnung des Schätzwertes der Kerbwirkungszahl für die erste Hauptspannung [3], Kap. 4.3.1.2.....	55
(71) Berechnung des Schätzwertes der Kerbwirkungszahl für die dritte Hauptspannung [3], Kap. 4.3.1.2.....	55
(72) Berechnung des Rauheitsfaktor für Normalspannungen [3], Kap. 4.3.1.4	56

(73) Berechnung der Konstruktionsfaktoren für die erste Hauptspannung [3], Kap.4.3.1.1.....	56
(74) Berechnung der Konstruktionsfaktoren für die dritte Hauptspannung [3], Kap.4.3.1.1.....	57
(75) Berechnung der Bauteil-Wechselfestigkeit für die erste Hauptspannung [3], Kap.4.4.1.1.....	57
(76) Berechnung der Bauteil-Wechselfestigkeit für die dritte Hauptspannung [3], Kap.4.4.1.1.....	57
(77) Berechnung der Bauteil-Dauerfestigkeit für die erste Hauptspannung [3], Kap. 4.4.2.1	57
(78) Berechnung der Bauteil-Dauerfestigkeit für die dritte Hauptspannung [3], Kap. 4.4.2.1	57
(79) Berechnung der Bauteil-Betriebsfestigkeit für die erste Hauptspannung [3], Kap. 4.4.3.1.1	57
(80) Berechnung der Bauteil-Betriebsfestigkeit für die dritte Hauptspannung [3], Kap. 4.4.3.1.1	57
(81) Formel für die Berechnung des Gesamtsicherheitsfaktors (für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis, vereinfacht) [3], Kap. 4.5.3	57
(82) Berechnung des Gesamtsicherheitsfaktors (für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis, vereinfacht) [3], Kap. 4.5.3	58
(83) Berechnung des zyklischen Auslastungsgrads für die erste Hauptspannung [3], Kap. 4.6.1.0.....	58
(84) Berechnung des zyklischen Auslastungsgrads für die dritte Hauptspannung [3], Kap. 4.6.1.0.....	58
(85) Berechnung des zyklischen Vergleichsauslastungsgrads (vereinfacht) [3], Kap. 4.6.2.1	58

Abkürzungen und Formelzeichen

Abkürzung	Erläuterung
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
HRP	Hydraulischer Reibwertprüfstand

Formelzeichen	Erläuterung
$a_{BK,\sigma,i}$	Zyklischer Auslastungsgrad für Normalspannungen bezüglich Spannungs-komponente i
$a_{BK,\sigma,v}$	Zyklischer Vergleichsauslastungsgrad für Normalspannungen
a_{SK}	Vergleichsauslastungsgrad für den statischen Festigkeitsnachweis
A	Querschnittsfläche des Stabs (aus Kap. 2.3)
A	Dehngrenze (der Messwelle im Nachweisbereich)
A_N	Dehngrenze der Referenzprobe
B	Ableitung der Formfunktionsmatrix
C_i	Integrationskonstante i
C	Materialmatrix
d_{eff}	Effektiver Durchmesser (der Messwelle im Nachweisbereich)
$d_{eff,N,A}$	Effektiver Durchmesser der Referenzprobe für die Bruchdehnung
$d_{eff,N,m}$	Effektiver Durchmesser der Referenzprobe für die Zugfestigkeit
$d_{eff,N,p}$	Effektiver Durchmesser der Referenzprobe für die Streckgrenze
D_A	Außendurchmesser der (Norm-)Reibwertprobe
D_I	Innendurchmesser der (Norm-)Reibwertprobe
D_R	Reibdurchmesser der Proben
e	Elementnummer (aus Kap. 2.3)
E	E-Modul
f	Kraft am Stab (aus Kap. 2.3.1)
f	(Prüf-)Frequenz
$\bar{f}$	Kraft am Stab (aus Kap. 2.3.3)
f_R	Verfestigungsfaktor

$f_{W,\sigma}$	Zug-Druck-Wechselfestigkeitsfaktor
f^e	Lastvektor des Elements e
F	Kraft (allgemein)
F_N	Normalkraft
F_R	Reibkraft
F_V	Vorspannkraft
$G_{\sigma,i}$	Spannungsgradient für Normalspannungen bezüglich Spannungskomponente i
j_D	Gesamtsicherheitsfaktor (für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis)
j_{ges}	Gesamtsicherheitsfaktor (für den statischen Festigkeitsnachweis)
j_F	Materialsicherheitsfaktor gegen Ermüdung
j_m	Grundsicherheitsfaktor gegen Bruch
j_p	Grundsicherheitsfaktor gegen Fließen
j_S	Lastannahmen-Unsicherheitsfaktor
J	Jacobi-Matrix
K_A	Anisotropiefaktor
$K_{AK,\sigma,i}$	Mittelspannungsfaktor für Normalspannungen bezüglich Spannungskomponente i
$K_{BK,\sigma,i}$	Betriebsfestigkeitsfaktor für Normalspannungen bezüglich Spannungskomponente i
$K_{d,A}$	Technologischer Größeneinflussfaktor für die Dehngrenze
$K_{d,m}$	Technologischer Größeneinflussfaktor für die Zugfestigkeit
$K_{d,p}$	Technologischer Größeneinflussfaktor für die Streckgrenze
$\tilde{K}_{f,\sigma,i}$	Schätzwert der Kerbwirkungszahl für Normalspannungen bezüglich Spannungskomponente i
$K_{NL,E}$	Faktor für die Berücksichtigung eines nicht-linear-elastischen Verformungsverhaltens von Gusseisen mit Lamellengraphit (GJL)
K_p	Plastische Formzahl
$K_{R,\sigma}$	Rauheitsfaktor für Normalspannungen
K_S	Faktor für den Einfluss einer Schutzschicht auf die Dauerfestigkeit
$K_{t,\sigma,i}$	Formzahl für Normalspannungen bezüglich Spannungskomponente i

K_V	Faktor für den Einfluss der Randschichtverfestigung auf die Dauerfestigkeit
$K_{WK,\sigma,i}$	Konstruktionsfaktor für Normalspannungen bezüglich Spannungskomponente i
K	Gesamtsteifigkeitsmatrix
K^e	Elementsteifigkeitsmatrix
l	Elementkantenlänge
l	Länge des Stabelements (aus Kap. 2.3)
L	Länge des Stabs infolge Belastung (aus Kap. 2.3)
L_0	Ursprungslänge des Stabs (aus Kap. 2.3)
n_{pl}	Plastische Stützzahl
N_i	Formfunktion für die Verschiebung des Knotens i
N	Formfunktionsmatrix
p	Flächenpressung
P_{max}	Max. Antriebsleistung inf. Proben-Reib-Drehmoment
$n_{\sigma,i}$	Stützzahl für Normalspannungen bezüglich Spannungskomponente i
R	Spannungsverhältnis
R_m	Zugfestigkeit (der Messwelle im Nachweisbereich)
$R_{m,N}$	Zugfestigkeit der Referenzprobe
R_p	Streckgrenze (der Messwelle im Nachweisbereich)
$R_{p,N}$	Streckgrenze der Referenzprobe
R_z	Mittlere Rautiefe
R_i	Reaktionskraft am Knoten i
$s(x)$	Linienlast des Stabs
s_a	Schlupfamplitude der Reibwertproben zueinander
s_0	Linienlast des Stabs
$S(x)$	Stabkraft
$S'(x)$	Ableitung der Stabkraft
S^e	Knoten-Kraft-Vektor des Elements e
S_i^e	Schnittkraft des Knotens i des Elements e
t	Bauteildicke
T_R	Proben-Reib-Drehmoment

$u(x)$	Verschiebungsfunktion
u_i	Globale Verschiebung am Knoten i
u	Globaler Verschiebungsvektor
$u'(x)$	Ableitung der Verschiebungsfunktion, Dehnungsfunktion
$u''(x)$	Zweite Ableitung der Verschiebungsfunktion, Ableitung der Dehnungsfunktion
$\tilde{u}(x)$	Näherungslösung der Verschiebungsfunktion
$\tilde{u}'(x)$	Näherungslösung der Ableitung der Verschiebungsfunktion, Näherungslösung der Dehnungsfunktion
u^e	Knoten-Verschiebungs-Vektor des Elements e
u_i^e	Verschiebung des Knotens i des Elements e
U_R	Umfang des Reibdurchmessers
V	Volumen (allgemein)
V^e	Volumen des Elements e
w	Gewichtungsfaktor
x	Laufende Koordinate (allgemein), globale Koordinate x
y	globale Koordinate y
z	globale Koordinate z
α_A	Anzugsfaktor, Verhältnis aus max. und min. Vorspannkraft
ΔL	Längenänderung des Stabs infolge Belastung (aus Kap. 2.3)
Δs	Abstand der Knoten für die Berechnung des Spannungsgradienten (aus Kap. 5.4)
ε	Dehnung / Dehnungsvektor
ε_{ertr}	Ertragbare Gesamtdehnung
$\tilde{\varepsilon}^e$	Näherungslösung des Dehnungsvektors des Elements e
ζ	Natürliche Koordinate ζ
η	Natürliche Koordinate η
μ	Reibungszahl (allgemein) / Gleitreibungszahl
μ_0	Haftreibungszahl
ξ	Natürliche Koordinate ξ
Π	Gesamtpotential
Π_a	Arbeit der äußeren Kräfte

Π_i	Formänderungsenergie
$\tilde{\Pi}_a^e$	Arbeit der äußeren Kräfte am Element e
$\tilde{\Pi}_i^e$	Formänderungsenergie des Elements e
σ	(mechanische) Spannung
$\sigma_{AK,i}$	Bauteil-Dauerfestigkeit bezüglich Spannungskomponente i
$\sigma_{BK,i}$	Bauteil-Betriebsfestigkeit bezüglich Spannungskomponente i
σ_i	Spannungskomponente i
σ_{SK}	Statische Bauteilfestigkeit
σ_V	Max. Von-Mises-Vergleichsspannung im Nachweisbereich
$\sigma_{W,zd}$	Zug-Druck-Wechselfestigkeit
$\sigma_{WK,i}$	Bauteil-Wechselfestigkeit bezüglich Spannungskomponente i
$\sigma_{1a,i}$	Spannung am Knoten des Nachweispunkts bezüglich Spannungskomponente i
$\sigma_{2a,i}$	Spannung am Knoten senkrecht zum Nachweispunkt bezüglich Spannungskomponente i
σ	Spannungsvektor
$\tilde{\sigma}^e$	Näherungslösung des Spannungsvektors des Elements e
φ_a	Schlupfwinkelamplitude der Reibwertproben zueinander
$\dot{\varphi}_a$	Schlupfwinkelgeschwindigkeit der Reibwertproben zueinander

Begriffserläuterung

Begriff

ABAQUS	Kommerzielles FE-Simulationsprogramm (Solver) [1]
CAD	= computer-aided design, Konstruktion von Bauteilen am Computer [2]
FKM-Richtlinie	Mit der FKM-Richtlinie können rechnerische Festigkeitsnachweise erstellt werden. Sie wird vom Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM) herausgegeben [3], Vorwort.
HyperMesh	Kommerzieller Prä-Prozessor von Altair [4]
HyperView	Kommerzieller Post-Prozessor von Altair [5]
Prä-Prozessor	Computerprogramm zur Erstellung eines FE-Modells [6], S.7
Post-Prozessor	Computerprogramm zur Auswertung der Ergebnisse einer FE-Berechnung [6], S.7
Pre-Tension-Section	Eine Pre-Tension-Section ist eine Möglichkeit zur Abbildung von Vorspannkräften in ABAQUS. Sie schneidet einen Bereich des Bauteils durch und verknüpft das Schnittufer mit einem Knoten für den dann die Vorspannkraft definiert wird [7].
RBE2	Ein RBE2-Element koppelt Knoten steif zu einem Zentralknoten [8], S. 217.
RBE3	Ein RBE3-Element koppelt Knoten zu einem Zentralknoten, ohne den Bereich auszusteifen [8], S.217.
Solver	Numerischer Gleichungslöser
Step	In ABAQUS werden technische Problemstellungen in Rechenschritte, zum Beispiel Belastungsabfolgen, aufgeteilt. Die Rechenschritte werden Steps genannt [9].
Tie	Ein Tie ist eine Möglichkeit zur Kopplung von Bauteilen in ABAQUS. Die Knoten im Tie-Bereich zwischen zwei Bauteilen sind miteinander gekoppelt [7].
Tribologie	Die Tribologie ist ein Wissenschaftsfeld, welches sich mit in Kontakt stehenden Oberflächen in Relativbewegung beschäftigt. Zum

Feld der Tribologie gehören die Teilgebiete Reibung, Verschleiß und Schmierung [10], E 80.

1 Einleitung

Das Phänomen der Reibung ist im Alltag allgegenwärtig. Es kann zu Reibung kommen sobald zwei Körper miteinander in Kontakt sind. Bei einem sogenannten reinen Normalkontaktproblem wirken in Annahme keine Reibungskräfte. Voraussetzung hierfür ist, dass die Anpresskräfte zwischen den Körper senkrecht zur Kontaktfläche stehen [11], S.9-10. Sobald die resultierende Kraft des Anpressdrucks zwischen den beiden Körpern nicht senkrecht zur Kontaktfläche der Körper stehen entstehen Reibkräfte. Grundsätzlich gibt es zwei Arten von Reibung [10], B 15:

- **Haftreibung** liegt vor, wenn ein Körper gegen einen anderen Körper gedrückt wird, die resultierende Kraftkomponente nicht senkrecht zur Kontaktfläche steht und dennoch der Körper in Ruhe bleibt [10], B 15. Es gilt:

$$F_N * \mu_0 \leq F_R \quad (1)$$

- Die resultierende Kraft zwischen den Körpern senkrecht (normal) zur Kontaktfläche wird als Normalkraft F_N bezeichnet. Der Faktor μ_0 beschreibt das Verhältnis aus Normalkraft und maximal übertragbarer Reibkraft F_R für den Zustand der Haftreibung [10], B 15.
- **Gleitreibung** liegt vor, wenn ein Körper gegen einen anderen Körper gedrückt wird, die resultierende Kraftkomponente nicht senkrecht zur Kontaktfläche steht und der Körper nicht in Ruhe verbleibt [10], B 15. Es gilt:

$$F_N * \mu = F_R \quad (2)$$

- Der Faktor μ beschreibt das Verhältnis aus Normalkraft und Reibkraft F_R für den Zustand der Gleitreibung [10], B 15.

Im Allgemeinen ist der Reibungskoeffizient für die Haftreibung μ_0 höher als der Reibungskoeffizient für die Gleitreibung μ [10], B 15, Tabelle 4. Das bedeutet, dass der Übergang zwischen Haft- in Gleitreibung mit einer Erhöhung der zur Verfügung stehenden Beschleunigungskraft (tangential) zwischen den beiden Körpern einher geht. Dieser Übergang kann besonders gut im Winter beobachtet werden. Wird die maximal übertragbare

Haftreibungskraft zwischen Autoreifen und Fahrbahn überschritten, so tritt Gleiten ein - das Fahrzeug gerät ins Rutschen.

Weiterhin spielt die Reibung auch eine große Rolle für den Verschleiß von Bauteilen. Reibung und Verschleiß liegen oft unterschiedliche physikalische Mechanismen zu Grunde, sie treten dennoch in der Praxis immer gemeinsam auf [11], S. 303-304.

Nachdem die Bedeutung von Reibung grundsätzlich eingeordnet worden ist, soll im Folgenden die Wichtigkeit von Reibwerten bzw. dem Kontaktverhalten zwischen Materialpaarungen für den Maschinenbau erläutert werden:

Kraftübertragung zwischen Bauteilen kann prinzipiell über drei verschiedene Mechanismen erfolgen - Formschluss, Stoffschluss und Reib- bzw. Kraftschluss. Beim Reibschluss erfolgt die Verbindung der Bauteile durch eine Normalkraft senkrecht zur Kontaktfläche und einer daraus resultierenden Haftreibungskraft tangential zur Kontaktfläche. Als Beispiel für kraftschlüssige Verbindungen gelten unter anderem Schraubverbindungen [12].

Wie bereits erläutert ist die übertragbare Kraft tangential zur Kontaktfläche abhängig vom Reibwert μ und der Normalkraft F_N . Zur Leistungssteigerung von reibschlüssigen Verbindungen ist der Reibwert eine zentrale Stellgröße. Der Reibwert zwischen einer Probenpaarung kann durch verschiedene Maßnahmen beeinflusst werden. Die Untersuchung der Auswirkungen verschiedener tribologischer Konfigurationen auf Reibung und Verschleiß erfolgt experimentell durch Prüfstände [13].

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein hydraulischer Reibwertprüfstand hinsichtlich seines Verformungs- und Probenkontaktverhaltens untersucht.

2 Stand der Technik

2.1 Einführung Reibwertprüfstand

Ausgangspunkt dieser Arbeit ist der hydraulische Reibwertprüfstand HRP2500 der TU-Chemnitz. Er ist in Bild 2-1 dargestellt.

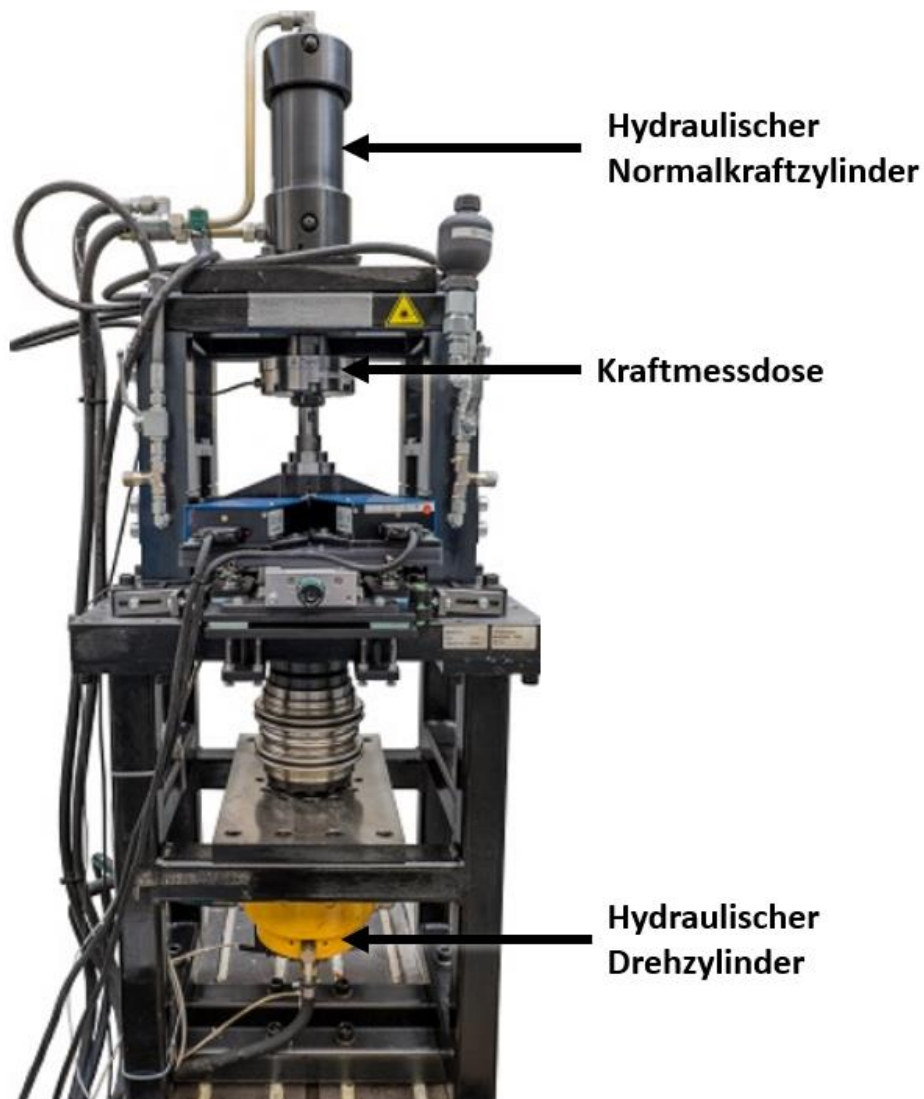


Bild 2-1: HRP 2500 [14]

Dieser Prüfstand wird für (quasi-)statische und dynamische Versuche eingesetzt. Mit einem statischen Versuch können Haftreibwerte von (Rund-)Probenpaarungen ermittelt, sowie Aussagen über die Reibwertcharakteristiken getroffen werden. Mit einem dynamischen Versuch können Reibwerte für wechselnde Relativverdrehungen zwischen den Proben, sowie

das Verschleißverhalten untersucht werden. Dadurch können Aussagen über die tribologischen Auswirkungen von zum Beispiel Beschichtungen getroffen werden [14].

Für die statischen Versuche wird ein Probenkörperpaar in die hydraulischen Spannbuchsen eingespannt und mit dem hydraulischen Normalkraftzylinder belastet. Die Normalkraft F_N wird mit einer Kraftmessdose erfasst. Im Anschluss verdreht der hydraulische Drehzylinder den unteren Probenkörper, dabei wird das Drehmoment T_R über eine Torsionsmesswelle erfasst [15]. Der Kern des Prüfstands ist in Bild 2-2 dargestellt.

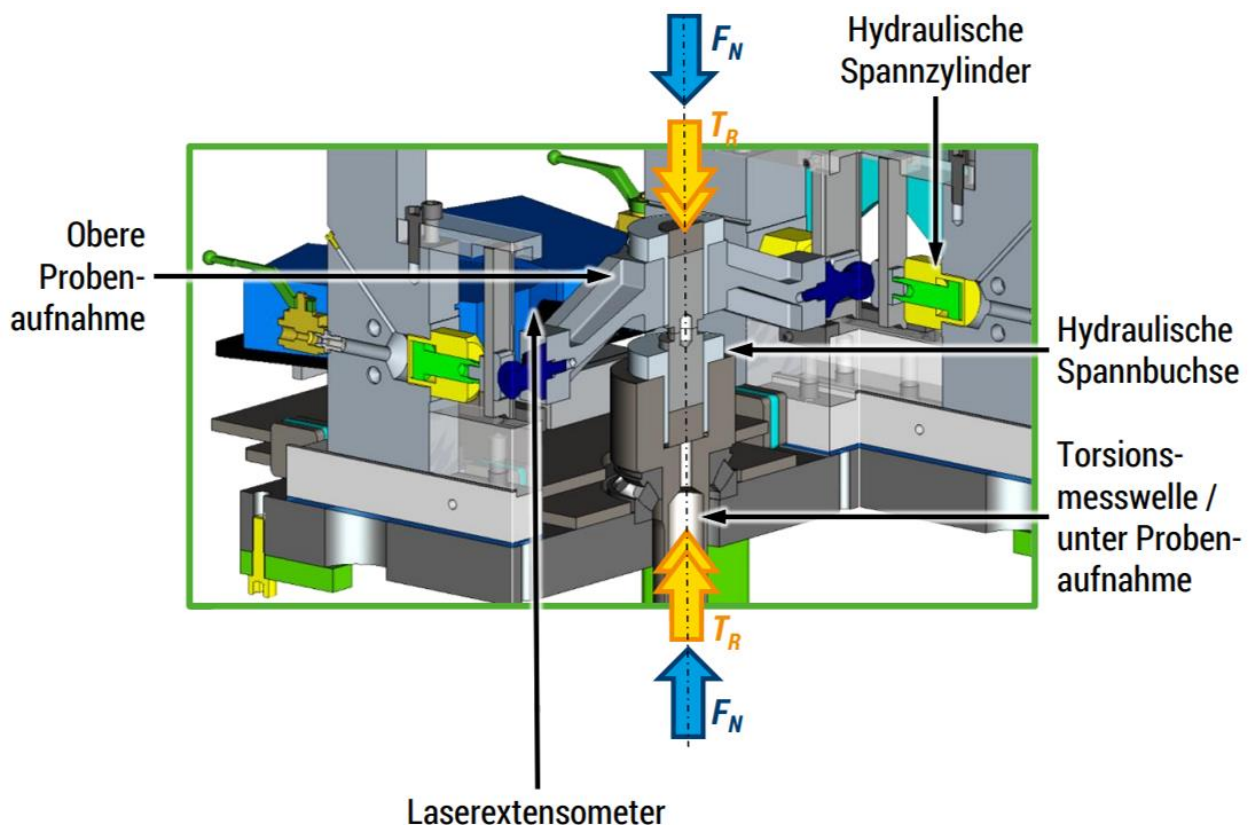


Bild 2-2: Kern des Prüfstands [15]

Die dynamischen Versuche erfolgen in ähnlicher Weise, hierfür wird die das Probekörperpaar wie im statischen Versuch in die Spannbuchsen eingespannt und mit der Normalkraft F_N belastet. Die untere Probe wird dann um die Schlupfwinkelamplitude φ_a wechselnd mit einer Frequenz f verdreht. Die Schlupfwinkel zwischen den Proben werden durch ein Laserextensometer erfasst [15].

Für eine korrekte Messung ist eine gleichmäßige Flächenpressung zwischen der oberen und unteren Probe unerlässlich. Bei einem Verkippen der Proben zueinander kommt es zu einer ungleichmäßigen Flächenpressung zwischen den Proben [16].

Ziel dieser Arbeit ist es, die Ursachen für dieses Verkippen zu identifizieren und konstruktive Maßnahmen / Empfehlungen für eine Verbesserung des Prüfstands abzuleiten.

2.2 Einführung Anwendung FEM

Um das Verformungsverhalten des Reibwertprüfstands durch eine Computersimulation abbilden zu können wird die sogenannte FEM eingesetzt. FEM steht für Finite-Elemente-Methode [6], S.1. Dabei wird die Geometrie eines realen Bauteils durch miteinander gekoppelte Elemente und Knoten abgebildet [6], S.5. Jedes Element besitzt eine Element-Steifigkeitsmatrix. Die Element-Steifigkeitsmatrizen werden zur Gesamtsteifigkeitsmatrix zusammengefasst. Die Lagerung eines FE-Modells erfolgt über das Sperren von Freiheitsgraden von Knoten. Bauteilbelastungen können über Knoten in die Simulation eingebracht werden [6], S.42-43. Es ergibt sich ein Gleichungssystem der Form [6], S.7:

$$\text{Steifigkeit} \times \text{Verschiebungen} = \text{Kräfte} \quad (3)$$

Dieses Gleichungssystem wird über einen numerischen Gleichungslöser (Solver) gelöst [6], S.7. Der grundlegende Anwendungsablauf der FEM ist Bild 2-3 in dargestellt:

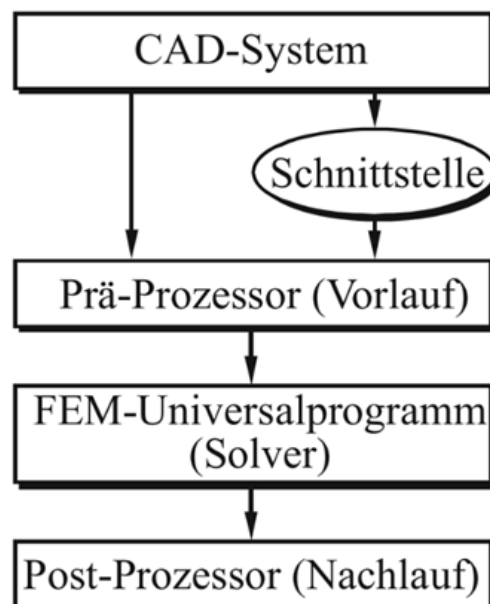


Bild 2-3: Anwendungsablauf FEM [6], S.6

Der Anwendungsablauf wird im Folgenden anhand eines einfachen Beispiels erläutert. Ein einseitig eingespannter Stahlbalken wird mit einer Kraft F belastet. Er ist schematisch in Bild 2-4 dargestellt.

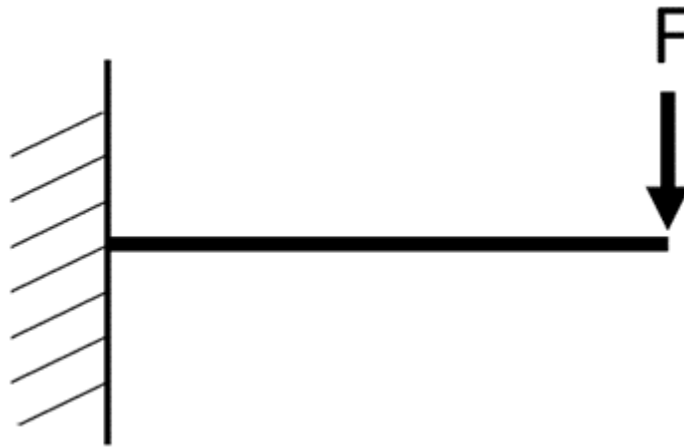


Bild 2-4: Schematische Darstellung des Beispielbalkens

Wie in Bild 2-3 dargestellt, wird zuerst die CAD-Geometrie des Bauteils benötigt. Im Regelfall wird die Geometrie durch ein kommerzielles CAD-Programm bereitgestellt. Das in Bild 2-5 dargestellte CAD-Modell des Balkens wurde aufgrund seiner Einfachheit direkt in dem Prä-Prozessor HyperMesh erzeugt.

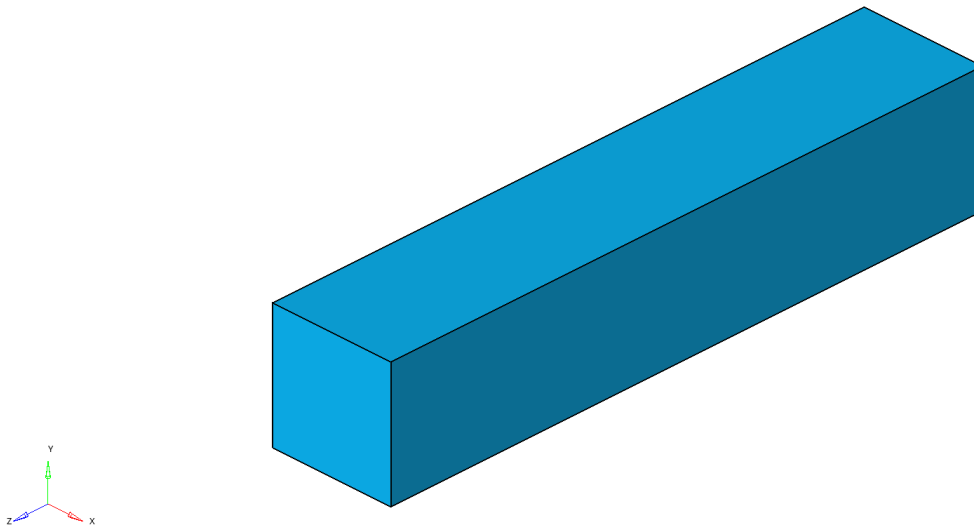


Bild 2-5: CAD-Modell des Beispielbalkens

Diese Geometrie wird im selbigen Prä-Prozessor durch lineare Hexaeder-Elemente abgebildet. Den Elementen wird als Material Stahl zugewiesen. Die Knoten auf der eingespannten Seite werden in ihren Verschiebungen bezüglich aller vorhandener Freiheitsgrade gesperrt. Die Kraft wird an den Knoten der gegenüberliegenden Seite der Einspannung eingeleitet. Das vernetzte Modell ist in Bild 2-6 dargestellt:

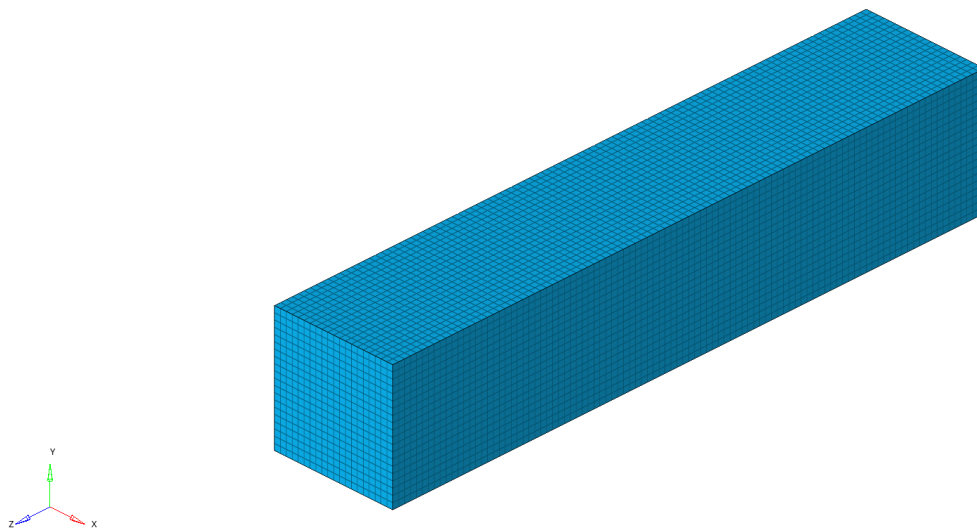


Bild 2-6: FE-Netz des Beispielbalkens

Dieses FE-Modell wird nun durch den FE-Solver ABAQUS berechnet. Die Ergebnisse werden durch den Post-Prozessor HyperView ausgewertet. Die Von-Mises-Spannungen des Beispielbalkens infolge der Kraft F sind in Bild 2-7 dargestellt:

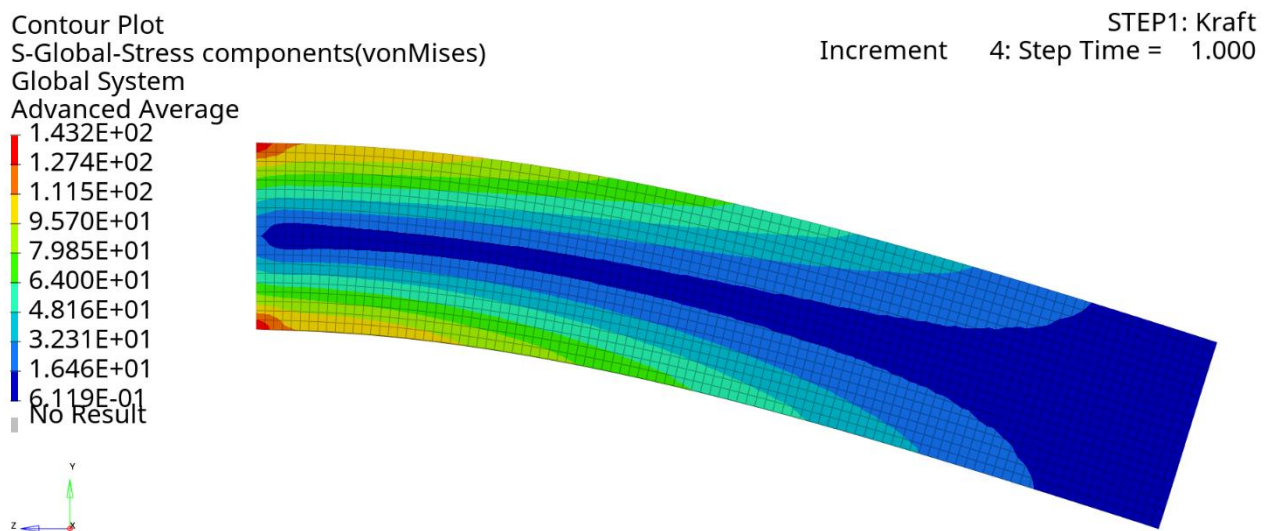


Bild 2-7: Spannungen am Balken (Verformung hundertfach überhöht dargestellt)

2.3 Einführung Theorie FEM [17]

In diesem Kapitel soll auf die im vorangegangenen Kapitel angerissene Theorie hinter der FEM eingegangen werden, dabei wird sich größtenteils an dem Buch „Lineare und nichtlineare FEM“ von Marcus Wagner orientiert:

2.3.1 Einführung Elastizitätstheorie am Beispiel eines Stabs

Als elastizitätstheoretisches Einführungsbeispiel aus der technischen Mechanik soll im Folgenden ein einfacher Stab dienen. Er ist links einseitig eingespannt und wird mit einer Kraft f und einer Linienlast $s(x)$ belastet [17], S.8. Er ist in Bild 2-8 dargestellt:

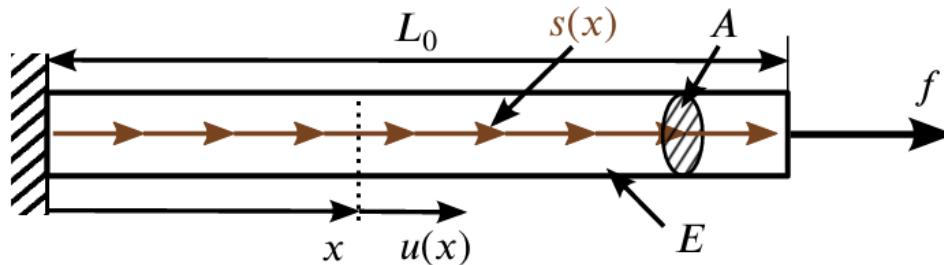


Bild 2-8: Eingespannter Beispielstab mit Kraft f und Linienlast $s(x)$ [17], S.8

Der Stab besitzt eine Querschnittsfläche A , einen E-Modul E und eine unverformte Ausgangslänge L_0 . Die laufende Koordinate x beschreibt die Position eines Punktes auf dem Stab, $u(x)$ die Verschiebung dieses Punktes und $S(x)$ die Schnittkraft an diesem Punkt. Gesucht sind der Verlauf der Verschiebung und der Verlauf der Schnittkraft. Der Stab wird infolge der Belastung um ΔL auf die Länge L gedehnt, die im Stab auftretende Gesamtdehnung ε lässt sich durch folgende Gleichung berechnen [17], S.8-9:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (4)$$

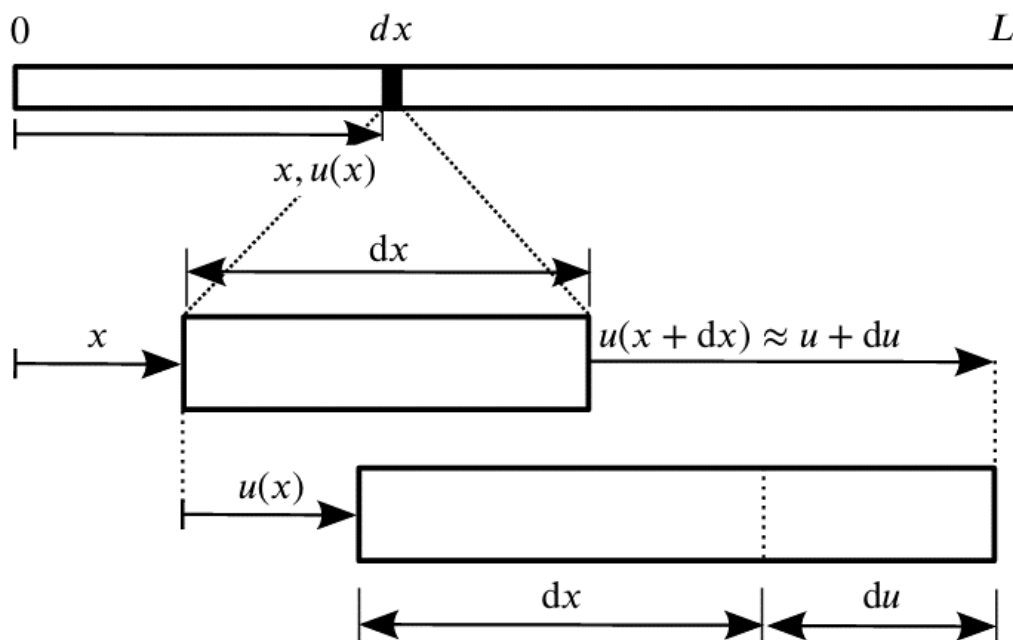


Bild 2-9: Lokale Dehnung $u'(x)$ als Ableitung der Verschiebungsfunktion $u(x)$ [17], S.9

Die Gesamtdehnung bezieht sich auf die Gesamtlänge. Um die Dehnung an jedem Punkt des Stabs beschreiben zu können wird die lokale Dehnung benötigt. In Bild 2-9 ist ein Ansatz für die Herleitung der lokalen Dehnung aus der Verschiebungsfunktion $u(x)$ dargestellt [17], S.9-10.

Das Prinzip zur Berechnung der Gesamtdehnung wird auf ein infinitesimal kleines Stück übertragen. Bei der Gesamtdehnung wird die Gesamtlängenänderung $\Delta L = L - L_0$ auf die Ursprungslänge des Stabs L_0 bezogen. Ein infinitesimal kleiner Stababschnitt hat eine Länge dx . Infolge der Belastung wird dieser Abschnitt gedehnt, der Stababschnitt der Länge dx wird in Annahme auf eine Länge von $dx + du$ gedehnt [17], S.9-10.

$$\varepsilon = \frac{(dx + du) - dx}{dx} = \frac{du}{dx} = u' \quad (5)$$

Für das Beispiel eines einfachen Stabelements kann das Verhältnis aus Spannung und Dehnung durch den E-Modul beschrieben werden. Mit dem sogenannte linearen Hooke'sche Materialgesetz ergibt sich [17], S.10:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (6)$$

Die mechanische Spannung im Stab σ ist das Verhältnis aus der Schnittkraft S und der Querschnittsfläche des Stabs A . Für die Schnittkraft S ergibt sich daher [17], S.10:

$$S = E A u' \quad (7)$$

Die Schnittreaktionen des infinitesimal kleinen Stababschnitts dx sind in Bild 2-10 dargestellt.

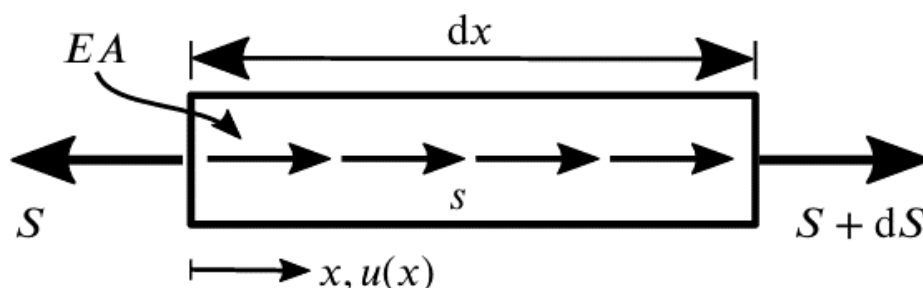


Bild 2-10: Schnittreaktionen des Stababschnitts dx [17], S.10

Auf der linken Seite des Stababschnitts greift die Schnittkraft S an, über die Länge dx greift die Linienlast s an und auf der rechten Seite greifen die Schnittkraft S und ihr Zuwachs dS

an. Der Zuwachs dS kann geschrieben werden als die Ableitung der Schnittkraft aufintegriert über der Länge dx [17], S.10. Es gilt:

$$dS = \frac{dS}{dx} dx = S' dx \quad (8)$$

Die Linienlast s wird als konstant über der Länge des Balkens angenommen, $s(x) = s_0$. Die Schnittreaktionen am Stababschnitt dx ergeben sich zu [17], S.10:

$$-S + S + S' dx + s dx = 0 \quad (9)$$

Aus dieser Gleichgewichtsbedingung ergibt sich eine Differentialgleichung zweiter Ordnung [17], S.10:

$$EAu'' = -s \quad (10)$$

Durch zweifaches Integrieren erhält man [17], S.10:

$$u(x) = \frac{1}{EA} \left[C_2 + C_1 x - s_0 \frac{x^2}{2} \right] \quad (11)$$

Zur Bestimmung der Integrationskonstanten C_1 und C_2 werden die Randbedingung der Einspannung $u(0) = 0$ und die Randbedingung der am anderen Ende des Stabs angreifenden Kraft $S(L) = f$ eingesetzt. Dadurch ergeben sich für die Verschiebung $u(x)$ und die Schnittkraft $S(x)$ [17], S.11:

$$u(x) = \frac{1}{EA} \left[(f + s_0 L) - s_0 \frac{x^2}{2} \right] \quad (12)$$

$$S(x) = f + (L - x) s_0 \quad (13)$$

2.3.2 Einführung Diskretisierung

Die zur Beschreibung des Verformungsverhaltens genutzte Differentialgleichung kann bei dem einfachen Beispiel eines Stabs analytisch gelöst werden. Für komplexere Anwendungen wird nun die FEM eingeführt. Anstatt der kontinuierlichen Beschreibung des Verformungsverhaltens des Stabs wird nun der Stab in Elemente zerlegt. Man spricht vom „diskretisieren“ [17], S.11.

Dabei wird der exakte Verlauf der Verschiebung $u(x)$ durch eine Näherungslösung der Verschiebung $\tilde{u}(x)$ angenähert. Diese Näherungslösung besteht im einfachsten Fall eines

linearen Verlaufs aus einer Aneinanderreihung von Geradenstücken. Die Stützstellen dieser Lösung sind die Verschiebungen an bestimmten Orten, den Knoten [17], S.7. Das Prinzip ist in Bild 2-11 dargestellt:

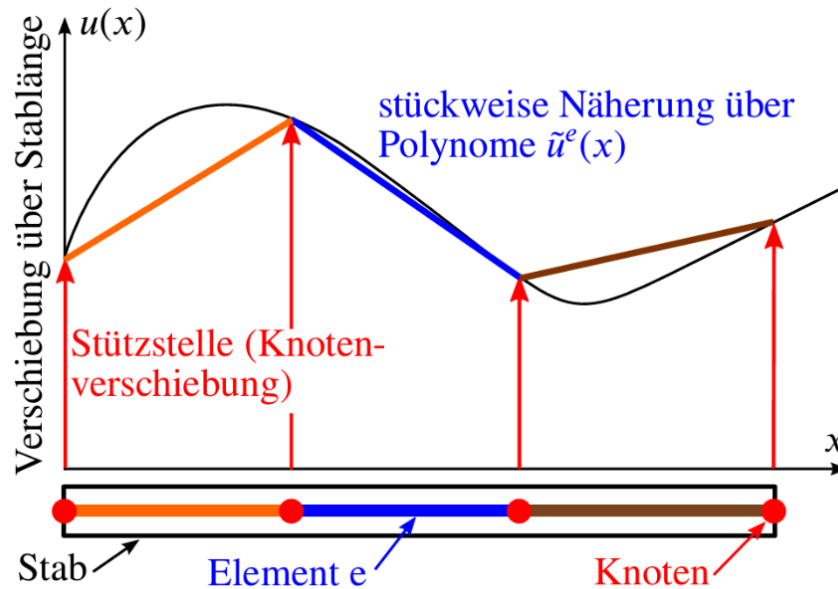


Bild 2-11: Approximation der Verschiebung durch Näherung [17], S.7

Die Näherungslösung der Verschiebungen in einem Element werden durch die sogenannte Formfunktion beschrieben [17], S.62. In dem Beispiel aus Bild 2-11 entspricht der diskretisierte Verlauf der Näherungslösung zwischen den Stützstellen einer linearen Funktion [17], S.7. Die Formfunktion eines Elements wird durch die Knotenanzahl des Elements bestimmt [17], S.83. Eine Erhöhung der Knotenanzahl eines Elements ist mit einer Erhöhung der Ordnung der Formfunktion verbunden [17], S.124. Der Verlauf der Näherungslösung zwischen den Stützstellen aus Bild 2-11 verändert sich mit dem Einsetzen eines Mittenknotens in die Elemente von linear zu quadratisch.

Die Abweichung der Näherungslösung von der exakten Lösung wird als Diskretisierungsfehler bezeichnet [17], S.122. Im Folgenden werden zwei Möglichkeiten zur Reduktion des Diskretisierungsfehlers beschrieben:

- Das h -Verfahren: Erhöhung der Stützstellen- bzw. Knotenanzahl durch eine feinere Vernetzung bei gleichbleibendem Polynomansatz der Formfunktion [17], S.124.
- Das p -Verfahren: Erhöhung der Stützstellen- bzw. Knotenanzahl durch einen höheren Polynomansatz der Formfunktion bei gleichbleibender Netzfeinheit [17], S.124.

2.3.3 Diskretisierung am Beispiel eines Stabs

Zur Erläuterung der prinzipiellen Vorgehensweise in der FEM wird der bereits beschriebene Stab in zwei Stabelemente diskretisiert [17], S.15. Der in zwei Elemente zerlegte Stab und ein Stabelement sind in Bild 2-12 dargestellt. Der Stab ist auf der linken Seite fest eingespannt und auf der rechten Seite greift die Kraft $\bar{f}$ an. Die Verschiebung des Stabs wird durch die globalen Knotenverschiebungen u_1 , u_2 und u_3 beschrieben [17], S.15. Das dargestellte einzelne Stabelement e besitzt auf der linken Seite die Verschiebung u_I^e und die Knotenkraft S_I^e des Knotens I , auf der rechten Seite die Verschiebung u_J^e und die Knotenkraft S_J^e des Knotens J , sowie eine Elementlänge ℓ^e . Der Verlauf der Verschiebung $u(x)$ zwischen den Knoten wird durch eine lineare Näherungsfunktion approximiert [17], S.12.

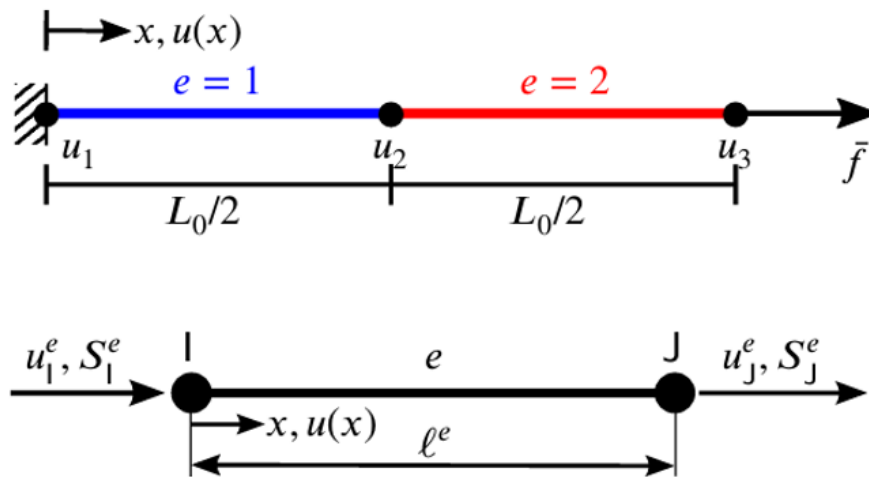


Bild 2-12: Diskretisierung des Stabs und Stabelement [17], S.15, S.12

Die lineare Näherungslösung der Verschiebung zwischen den Knoten wird als $\tilde{u}(x)$ bezeichnet. Die Knotenverschiebung auf der linken Seite des Stabelements beträgt $\tilde{u}(0) = u_I$ und auf der rechten Seite $\tilde{u}(l) = u_J$. Durch Einsetzen in die lineare Näherungslösung ergibt sich [17], S.12:

$$\tilde{u}(x) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) u_I + \frac{x}{l} u_J \quad (14)$$

Die Ausdrücke $\left(1 - \frac{x}{l}\right)$ und $\frac{x}{l}$ sind die Formfunktionen N_I und N_J . Sie stellen sicher, dass am Knoten I lediglich die Verschiebung u_I und am Knoten J lediglich die Verschiebung u_J vorliegt. Die Formfunktionen und die Näherungslösung der Verschiebung zwischen den Knoten $\tilde{u}(x)$ sind in Bild 2-13 dargestellt [17], S.13:

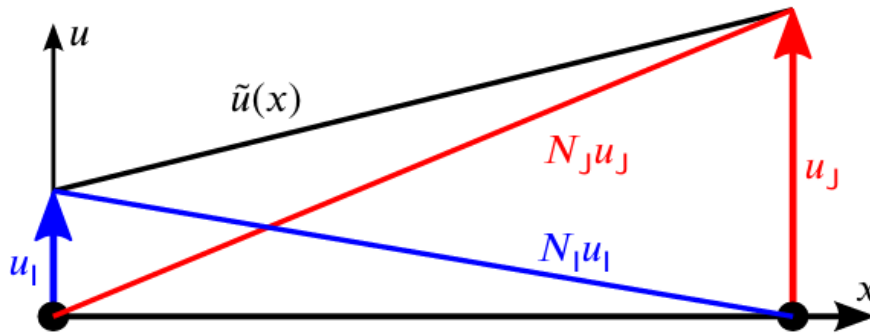


Bild 2-13: Formfunktionen am linearen Stabelement [17], S.13

Der Ansatz für die Näherungslösung der Verschiebung zwischen den Knoten kann in Matrixschreibweise überführt werden [17], S.13. Der Ansatz ist in Formel (15) dargestellt:

$$\tilde{u}(x) = [N_I \quad N_J] \begin{bmatrix} u_I \\ u_J \end{bmatrix} = N(x)u \quad (15)$$

Die Schnittkraft S kann gemäß Formel (7) auf Seite 9 aus dem E-Modul E , der Querschnittsfläche A und der Ableitung der Verschiebungsfunktion u' berechnet werden. Analog dazu können die Stabkraft $\tilde{S}$ bzw. die Kräfte an den Knoten des Stabelements S_I und S_J berechnet werden [17], S.14. Hierfür wird die Ableitung der Näherungslösung der Verschiebung $\tilde{u}'$ benötigt [17], S.13:

$$\tilde{u}'(x) = \frac{d\tilde{u}}{dx} = \frac{d(N(x)u)}{dx} = \left[\frac{dN_I}{dx} \quad \frac{dN_J}{dx} \right] \begin{bmatrix} u_I \\ u_J \end{bmatrix} = \left[-\frac{1}{l} \quad \frac{1}{l} \right] \begin{bmatrix} u_I \\ u_J \end{bmatrix} = Bu \quad (16)$$

Die Matrix B enthält die Ableitungen der Formfunktionen [17], S.13. Mit dem E-Modul E , der Querschnittsfläche A und der Ableitung der Verschiebungsfunktion $\tilde{u}'$ kann nun die Stabkraft $\tilde{S}$ berechnet werden [17], S.14. Die Gleichung für die Stabkraft ist in Formel (17) dargestellt:

$$\tilde{S}(x) = EA\tilde{u}' = EABu = \frac{EA}{l}(u_J - u_I) \quad (17)$$

Der E-Modul, die Querschnittsfläche und die Werte für die Knotenverschiebungen des Elements sind konstante Größen. Da die Formfunktionen N_I und N_J einen linearen Verlauf aufweisen, entsprechen die Ableitungen dieser Funktionen einem konstanten Wert. Daher ist die Stabkraft des linearen Stabelements über der Elementlänge hin konstant. [17], S.14.

Laut Vorzeichenkonvention in der FEM werden Knotenkräfte und Verschiebungen immer in Richtung der laufenden Koordinate angetragen [17], S.22. Im Die Schnittreaktionen am linearen Stabelement sind in Bild 2-14 dargestellt:

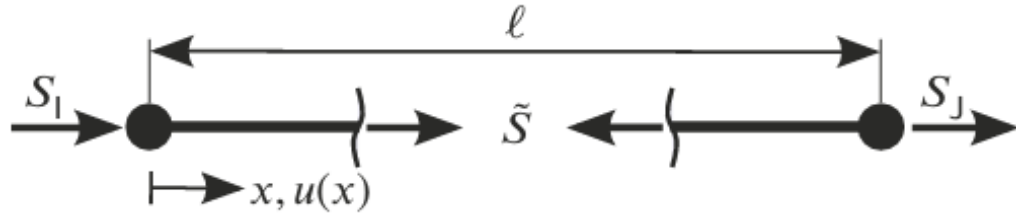


Bild 2-14: Schnittreaktionen am linearen Stabelement [17], S.14

Die Knotenkraft auf der linken Seite des Stabelements S_I und auf der rechten Seite des Stabelements S_J können durch die konstante Stabkraft $\tilde{S}$ ausgedrückt werden. Aus den Schnittreaktionen aus Bild 2-14 und Formel (17) ergeben sich die Knotenkräfte S_I und S_J zu [17], S.14:

$$\begin{aligned} S_I &= -\tilde{S}(x) = \frac{EA}{l}u_I - \frac{EA}{l}u_J \\ S_J &= \tilde{S}(x) = -\frac{EA}{l}u_I + \frac{EA}{l}u_J \end{aligned} \quad (18)$$

Die Formeln für die Knotenkräfte des linearen Stabelements können auch in eine Matrix überführt werden [17], S.14:

$$\frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_I \\ u_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_I \\ S_J \end{bmatrix} \quad (19)$$

Der Term $\frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ beschreibt dabei die Steifigkeit des Stabelements - er wird zur Elementsteifigkeitsmatrix K^e zusammengefasst. Der Term $\begin{bmatrix} u_I \\ u_J \end{bmatrix}$ wird zum Knoten-Verschiebungs-Vektor des Elements u^e zusammengefasst und der Term $\begin{bmatrix} S_I \\ S_J \end{bmatrix}$ wird zum Knoten-Kraft-Vektor des Elements S^e zusammengefasst [17], S.14. Für das einzelne Stabelement ergibt sich somit:

$$K^e u^e = S^e \quad (20)$$

Der in Bild 2-12 dargestellte Stab wird durch zwei lineare Stabelemente diskretisiert. Im Folgenden wird der Zusammenbau der vorher charakterisierten einzelnen Stabelemente erläutert [17], S.14. Das Element mit dem Index 1 besitzt einen lokalen Knoten-Verschiebungs-Vektor von $u^1 = [u_I^1 \quad u_J^1]^T$ und analog dazu das Element mit dem Index 2 einen lokalen Knoten-Verschiebungs-Vektor von $u^2 = [u_I^2 \quad u_J^2]^T$. Die Verschiebung u_I^1 entspricht

der globalen Knotenverschiebung u_1 und die Verschiebung u_j^2 der globalen Knotenverschiebung u_3 . Die Verschiebung des globalen Knotens u_2 entspricht den Verschiebungen u_j^1 und u_l^2 [17], S.15. Die Schnittreaktionen des Stabes bestehend aus zwei Stabelementen sind in Bild 2-15 dargestellt:

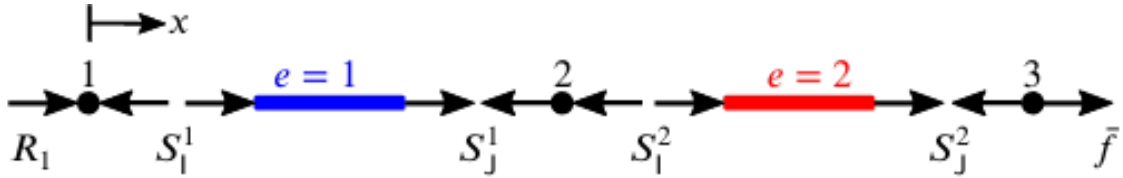


Bild 2-15: Schnittreaktionen am Stabbeispiel [17], S.15

An den Knoten herrscht ein Kräftegleichgewicht [17], S.15. Die einzelnen Kräftegleichgewichte in x-Richtung an den Knoten mit Index 1,2 und 3 sind in den folgenden Gleichungen dargestellt:

$$\begin{aligned}\sum f_{1x}: + R_1 - S_l^1 &= 0 \\ \sum f_{2x}: - S_j^1 - S_l^2 &= 0 \\ \sum f_{3x}: - S_j^2 - \bar{f} &= 0\end{aligned}\tag{21}$$

Die Größe R_1 beschreibt die Lagerreaktion am Knoten mit dem Index 1 [17], S.16. Die Stabelementkräfte werden nun durch die Verschiebungen bzw. die Verschiebungsfunktionen analog Formel (17) ausgedrückt [17], S.15:

$$\begin{aligned}R_1 - \frac{EA}{L_0/2} (u_l^1 - u_j^1) &= 0 \\ -\frac{EA}{L_0/2} (-u_l^1 + u_j^1) - \frac{EA}{L_0/2} (u_l^2 - u_j^2) &= 0 \\ -\frac{EA}{L_0/2} (-u_l^2 + u_j^2) + \bar{f} &= 0\end{aligned}\tag{22}$$

Zur Erinnerung: Die Knotenverschiebung u_l^1 entspricht der globalen Knotenverschiebung u_1 , Knotenverschiebungen u_j^1 und u_l^2 entsprechen der globalen Knotenverschiebung u_2 und die Knotenverschiebung u_j^2 entspricht der globalen Knotenverschiebung u_3 . Mit diesen Kompatibilitätsbedingungen können die obigen Gleichungen in eine Matrix überführt werden [17], S.15-16:

$$\frac{2EA}{L_0} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1+1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \\ \bar{f} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Diese Matrix entspricht von der Struktur her der bereits aus dem vorherigen Kapitel angerissenen Grundgleichung der FEM [17], S.16:

$$K u = f \quad (24)$$

Die (Gesamt-)Steifigkeitsmatrix K setzt sich also aus den einzelnen Elementsteifigkeitsmatrizen K^e zusammen. Analog dazu setzt sich der globale Verschiebungsvektor u aus den einzelnen (Element-)Knoten-Verschiebungs-Vektoren u^e zusammen [17], S.16;24. Das Gleichungssystem aus Formel (24) kann durch Einbringen der Verschiebungsrandbedingung der Einspannung des Stabs auf der linken Seite mit $u_1 = 0$ eindeutig gelöst werden [17], S.16.

2.3.4 Einführung Energiemethoden

Die Herleitung der Elementsteifigkeitsmatrizen für Stabelemente ist vergleichsweise trivial. Für die Herleitung der Elementsteifigkeitsmatrizen für komplexere Elemente werden in der FEM Energiemethoden eingesetzt [17], S.45. Im Folgenden soll ein grober Überblick über die Grundidee gegeben werden:

„Das Prinzip vom Minimum des Gesamtpotenzials besagt, dass sich ein Körper im Gleichgewicht befindet, wenn das Gesamtpotential Π ein Minimum annimmt.“ - [17], S.48

Das Gesamtpotenzial setzt sich zusammen aus Formänderungsenergie Π_i und Arbeit der äußeren Kräfte Π_a [17], S.51-52:

$$\Pi = \Pi_i + \Pi_a \quad (25)$$

Die Formänderungsenergie Π_i ist die in einem System (zum Beispiel einem Element) gespeicherte Energie. Sie kann durch Integration des Skalarprodukts aus dem Dehnungsvektor ε mit dem Spannungsvektor σ über das Volumen V berechnet werden [17], S.52:

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon^T \sigma \, dV \quad (26)$$

Die Arbeit der äußeren Kräfte Π_a setzt sich zusammen aus der an einem System durch Volumenkräfte, Flächenlasten und Punktkräfte verrichteten Arbeiten [17], S.52.

Gesucht ist die Verschiebung infolge der äußeren Lasten. Das Minimum des Gesamtpotenzials kann durch Ableiten und Nullsetzen ermittelt werden [17], S.48:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u} = 0 \quad (27)$$

Dieses Prinzip vom Minimum des Gesamtpotenzials wird nun auf finite Elemente angewendet. Analog zu Formel (16) kann die Dehnung $\tilde{\varepsilon}^e$ eines Elements durch die Matrix der Ableitungen B der Formfunktionen und den Knoten-Verschiebungs-Vektor u^e geschrieben werden [17], S.64:

$$\tilde{\varepsilon}^e = B(x) u^e \quad (28)$$

Mit dem linearen Hooke'schen Gesetz aus zu Formel (6) ergibt sich für die Spannungen $\tilde{\sigma}^e$ im Element [17], S.64-65:

$$\tilde{\sigma}^e = C \tilde{\varepsilon}^e = C B(x) u^e \quad (29)$$

Dabei beschreibt C die Materialmatrix [17], S.66.

Dadurch kann die in einem Element gespeicherte Formänderungsenergie $\tilde{\Pi}_i^e$ geschrieben werden als:

$$\tilde{\Pi}_i^e = \frac{1}{2} \int_{V^e} (B u^e)^T (C B u^e) dV \quad (30)$$

Die Arbeit der äußeren Kräfte $\tilde{\Pi}_a^e$ am Element kann vereinfacht bestimmt werden durch Multiplikation des Knoten-Verschiebungs-Vektors u^e mit dem Lastvektor f^e [17], S.65-66:

$$-\tilde{\Pi}_a^e = u^{eT} f^e \quad (31)$$

Für das Gesamtpotenzial am Element $\tilde{\Pi}^e$ ergibt sich damit vereinfacht:

$$\tilde{\Pi}^e = \frac{1}{2} u^{eT} \int_{V^e} B^T C B dV u^e - u^{eT} f^e \quad (32)$$

Durch Ableiten dieser Gleichung nach dem Knoten-Verschiebungs-Vektor, anschließend Nullsetzen und Umstellen kommt man auf folgenden Ausdruck [17], S.66:

$$\int_{V^e} B^T C B dV u^e = K^e u^e = f^e \quad (33)$$

Diese Gleichung entspricht der bekannten Struktur aus Formel (20). Sie enthält die bereits bekannte Elementsteifigkeitsmatrix [17], S.66. Elementsteifigkeitsmatrizen für Elemente, die komplexer sind als das Eingangsbeispiel des Stabelements, können mit ihr entwickelt werden - sie ist in Formel (34) dargestellt:

$$K^e = \int_{V^e} B^T C B dV = \int_x \int_y \int_z B^T C B dx dy dz \quad (34)$$

2.3.5 Einführung Gaußintegration und Spannungsauswertung

Die im Vorangegangenen hergeleitete Formel (34) muss für die Berechnung der Elementsteifigkeitsmatrix integriert werden. Dies wird im Folgenden erläutert:

Um im Raum beliebig angeordnete und verzerrte Elemente integrieren zu können, erfolgt die Integration nicht im globalen Koordinatensystem mit $(x) = (x, y, z)$, sondern in dem sogenannten natürlichen Koordinatensystem mit $(\xi) = (\xi, \eta, \zeta)$. Die Integrationsgrenzen verlaufen dann von -1 bis $+1$. Die Transformation zwischen den Koordinatensystemen erfolgt über die Transformationsfunktion J [17], S.85.

Hierfür wird zuallererst ein Ausdruck gesucht, mit dem sich die globalen Koordinaten als Funktion der natürlichen Koordinaten ausdrücken lassen: $x = x(\xi)$. Die Geometrie eines Elements wird (ähnlich dem Ansatz der Verschiebungslösung) an diskreten Orten beschrieben und dazwischen durch geometrische Formfunktionen interpoliert [17], S.86. Für diese Stützstellen werden die gleichen Punkte gewählt, die auch beim Ansatz für die Verschiebungslösung verwendet werden. Man spricht dabei vom isoparametrischen Konzept [17], S.87. Die als Funktional- oder auch Jacobi-Matrix bezeichnete Funktion J beinhaltet die Ableitungen der globalen Koordinaten nach den natürlichen Koordinaten [17], S.88.

Auf eine genauere Beschreibung / Herleitung der Transformationsfunktion J soll im Rahmen dieser Arbeit verzichtet werden. Die Gleichung für die Ermittlung der Elementsteifigkeitsmatrix in natürlichen Koordinaten ist in Formel (35) dargestellt:

$$K^e = \int_{V^e} B^T C B dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T(\xi) C B(\xi) \det J(\xi) d\xi d\eta d\zeta \quad (35)$$

Die Transformation eines Elements vom globalen Koordinatensystem in das natürliche Elementkoordinatensystem ist in Bild 2-16 dargestellt:

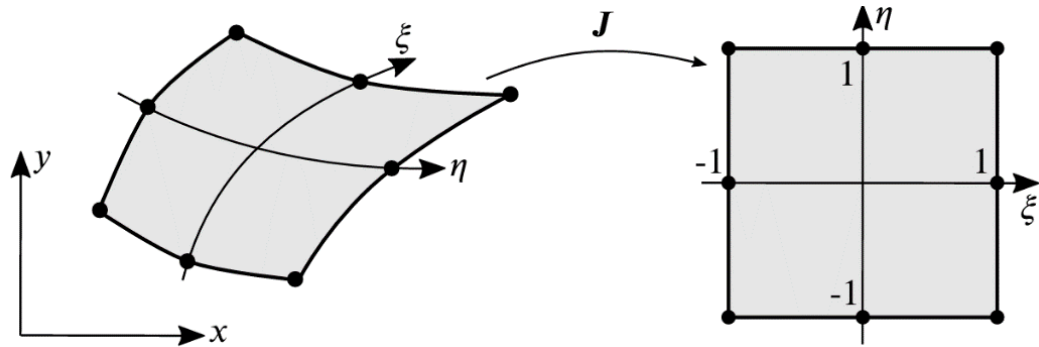


Bild 2-16: Transformation globales Koordinatensystem in natürliches Elementkoordinatensystem [17], S.85

Der Ausdruck aus Formel (35) kann nur in einfachen Fällen analytisch integriert werden. Daher wird in der FEM die numerische Integration eingesetzt. Dabei wird das exakte Integral angenähert [17], S.127. Bei der Newton-Cotes-Quadratur wird das Integral einer Funktion anhand von Stützstellen, den sogenannten Integrationspunkten angenähert. Der Abstand der Stützstellen zueinander ist gleich. Der Flächeninhalt der Funktion aus Bild 2-17 wird bei der Trapezregel durch ein Trapez angenähert [17], S.128.

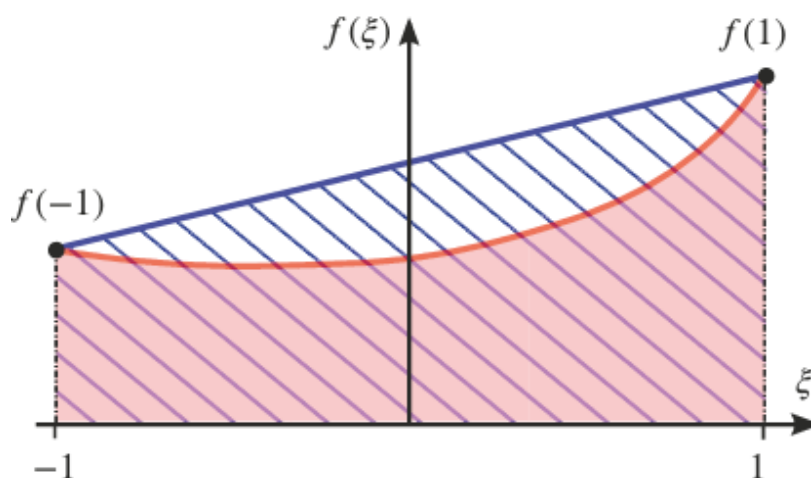


Bild 2-17: Prinzip numerische Integration am Bsp. der Newton-Cotes-Quadratur - Trapezregel [17], S.128

Das Standardverfahren für die Integration in der FEM ist die sogenannte Gauß-Quadratur. Bei der Gauß-Quadratur wird das Integral einer Funktion angenähert durch eine Summe von Funktionswerte (an Integrationspunkten) multipliziert mit Gewichtungsfaktoren [17], S.127, 130-133. Für mehrdimensionale Integrale ergibt sich die Näherung des Integrals zu:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \approx \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \sum_{k=1}^{n_3} f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) w_i w_j w_k \quad (36)$$

Dadurch kann das Mehrfachintegral aus Formel (35) geschrieben werden als Summation von gewichteten Funktionswerten an den Integrationspunkten [17], S.127. In Bild 2-18 sind Elemente mit ihren Integrationspunkten dargestellt:

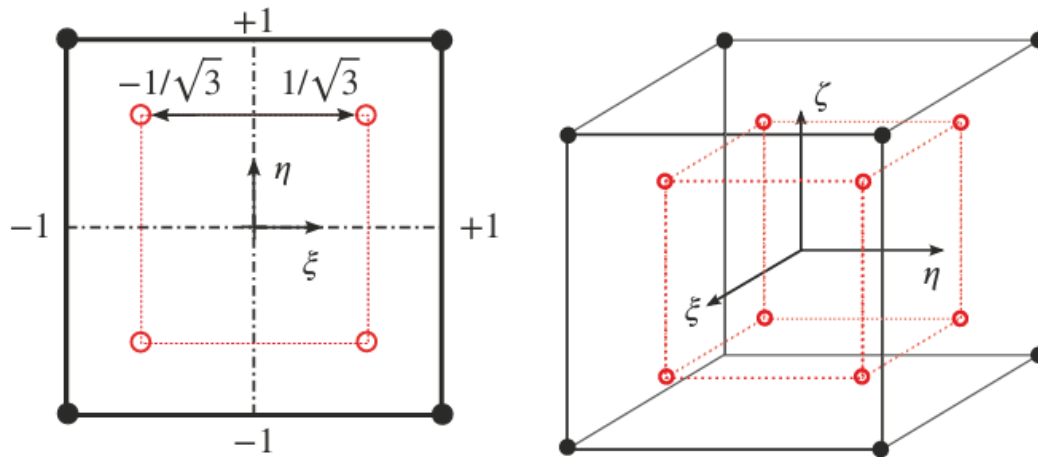


Bild 2-18: Gauß-Quadratur mit Integrationspunkten [17], S.133

Wiederholung aus Kap. 2.3.4:

Der Term für die Ermittlung der Elementsteifigkeitsmatrix K^e stammt aus der Ableitung des Potentials des Elements nach den Knotenverschiebungen, genauer gesagt aus dem Anteil für die Formänderungsenergie Π_i [17], S. 65. Die Formänderungsenergie Π_i wird durch Integration des Skalarprodukts aus dem Dehnungsvektor ε mit dem Spannungsvektor σ über das Volumen V berechnet [17], S.52.

Das Integral für die Ermittlung der Elementsteifigkeitsmatrix wird durch die Gauß-Quadratur angenähert [17], S.133-134. Aus den auf diese Weise genäherten Elementsteifigkeitsmatrizen wird die Gesamtsteifigkeitsmatrix zusammengesetzt [17], S.16; 24. Aus den bei Belastung auftretenden Knotenverschiebungen können mit Hilfe der Ableitung der Formfunktion die Dehnungen und die Spannungen im Element berechnet werden [17], S.64-65. Die auf diese Weise ausgewerteten Dehnungen und Spannungen liegen dann nur an den Integrationspunkten des Elements und nicht an den Knoten vor [17], S. 134.

In Bild 2-19 ist der Unterschied zwischen ungemittelten und gemittelten Berechnungsergebnissen dargestellt. Die Integrationspunkte werden durch einen roten Kreis und die Knoten durch einen schwarzen Punkt dargestellt [17], S.134.

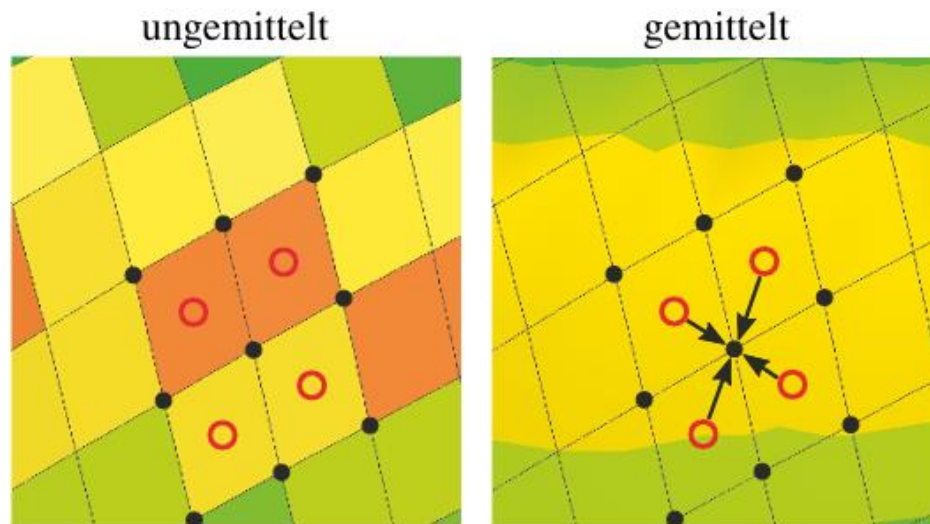


Bild 2-19: Unterschied ungemitteltes und gemitteltes Ergebnis [17], S.134

In der FEM kann die Auswertung / Bewertung des Berechnungsergebnis auf zwei verschiedene Weisen erfolgen [17], S.134.:

- Ungemittelte Ergebnisdarstellung: Die Berechnungsergebnisse an den Integrationspunkten werden für jedes Element einzeln dargestellt. Dies ist in Bild 2-19 (links) dargestellt [17], S.134. Die Spannung im Element entspricht der Spannung am Integrationspunkt.
- Gemittelte Ergebnisdarstellung: Die Berechnungsergebnisse an den Integrationspunkten werden durch die Formfunktionen auf die Knoten extrapoliert. Die am Knoten anliegende Spannung wird durch Mittelung der Knotenspannungen der an diesem Knoten zusammentreffenden Elemente gebildet [17], S.134.

2.3.6 Ausgewählte Elementtypen

Im Folgenden werden, die in den ABAQUS-Modellen des Reibwertprüfstands verwendeten Elementtypen umrissen:

Schalenelemente

Für die Vernetzung von flächigen Bauteilen werden üblicherweise zweidimensionale Schalenelemente eingesetzt. Hierbei wird durch eine Dimensionsreduktion das Volumen eines

(flächigen) Bauteils durch eine mit Schalenelementen vernetzte Referenzfläche abgebildet. Den Elementen wird die Bauteildicke t zugewiesen [17], S.101; [8], S.197 Die Dimensionsreduktion ist in Bild 2-20 dargestellt:

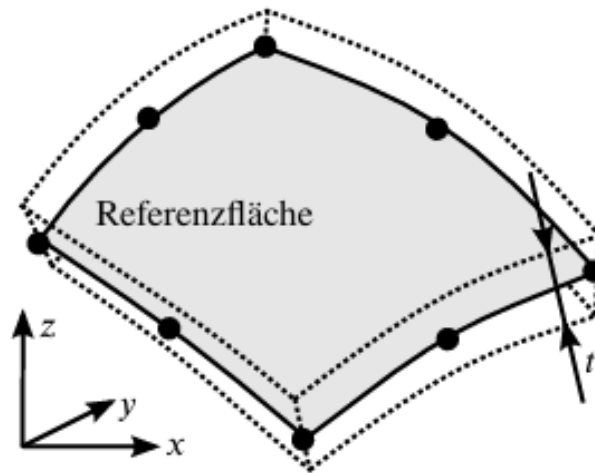


Bild 2-20: Dimensionsreduktion des flächigen Bauteils [17], S.101

Die Dimensionsreduktion geht mit mechanischen Annahmen über das Verhalten in Dickenrichtung einher [17], S.101. Das Verhalten in Dickenrichtung wird analytisch abgebildet, daher zählen Schalenelemente zu den sogenannten Strukturelementen [17], S.90. Die Knoten der Schalenelemente weisen sowohl translatorische als auch rotatorische Freiheitsgrade auf. Die Elemente nehmen Belastungen tangential und normal zur Referenzfläche auf [17], S.110.

Volumenelemente

Für die Vernetzung von Bauteilen, bei denen keine Dimensionsreduktion wie z. Bsp. beim Einsatz von Schalenelementen in Frage kommt, werden Volumenelemente eingesetzt.

Im Gegensatz zu Schalenelementen handelt es sich bei den Volumenelementen nicht um Strukturelemente, sondern um Kontinuums-elemente. Die Knoten der Volumenelemente weisen nur translatorische Freiheitsgrade auf und nehmen Lasten nur in diesen Richtungen auf [17], S.115.

Ein Beispiel für ein Volumenelement ist in Bild 2-21 dargestellt:

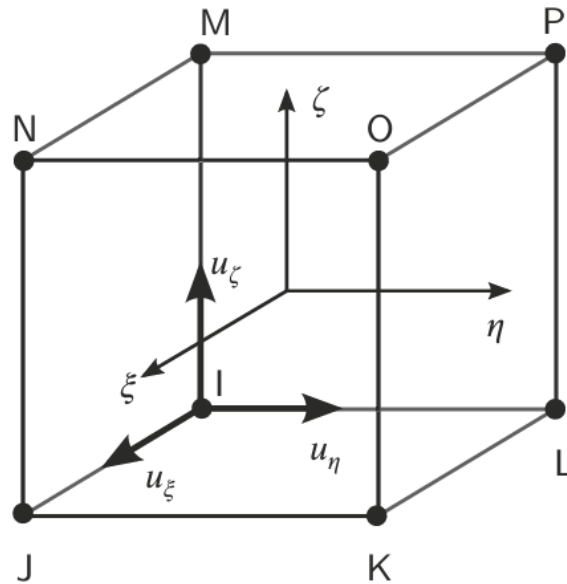


Bild 2-21: Lineares Hexaederelement [17], S.116

Balkenelemente

Für die Vernetzung von länglichen Geometrien, z. Bsp. dem Schaftbereich einer Schraube, können eindimensionale Elemente eingesetzt werden. Ein Beispiel für ein eindimensionales Element ist in Bild 2-22 dargestellt:

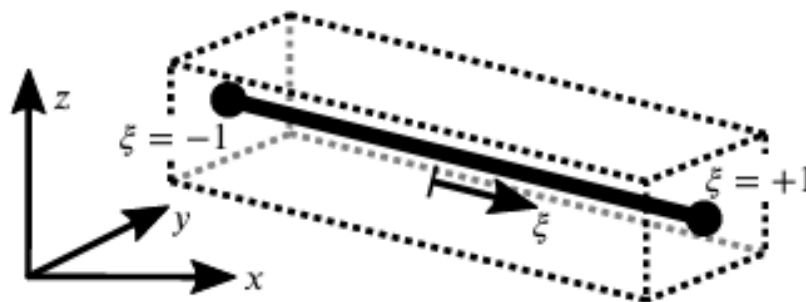


Bild 2-22: Eindimensionales Element [17], S.90

Die Dimensionsreduktion bei eindimensionalen Elementen erfolgt analog der Dimensionsreduktion bei Schalenelementen, nur dass in diesem Fall zwei Dimensionen analytisch abgebildet werden. Das Bauteil wird lediglich in länglicher Richtung diskretisiert. Balkenelemente gehören damit ebenso zu den Strukturelementen [17], S.90.

RBEs

Mit den sogenannten RBEs (Rigid-Body-Elementen) können zum Beispiel die Knoten von Elementen verschiedener Bauteile gekoppelt werden. Jedes RBE besitzt einen

Zentralknoten. Dieser Zentralknoten ist mit anderen Knoten gekoppelt. Die Kopplung des Zentralknotens des RBE2-Elements ist steif, das heißt die Verschiebungen der an einem Zentralknoten angebundene Knoten wird durch die Verschiebung des Zentralknotens vorgegeben. Im Unterschied dazu ergibt sich die Verschiebung des Zentralknotens beim RBE3-Element als eine Linearkombination der Verschiebungen der an den Zentralknoten angebundene Knoten. Damit ist eine Relativbewegung der an den Zentralknoten des RBE3-Elements angebundene Knoten möglich [8], S.216-217. Der unterschiedlichen Auswirkungen von RBE2- und RBE3-Elementen sind in Bild 2-23 dargestellt:

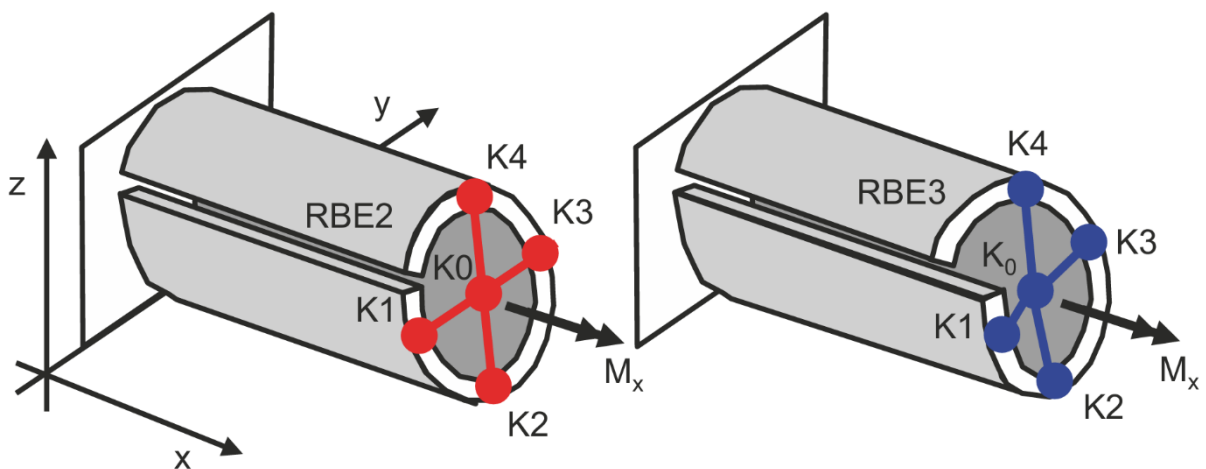


Bild 2-23: Unterschied RBE2- und RBE3-Element [8], S.216

An diesem geschlitzten (durch finite Elemente diskretisierten) Rohrprofil werden Knoten am Ende des Profils mit einem Zentralknoten eines Rigid-Body-Elements gekoppelt. An dem Zentralknoten wird ein Torsionsmoment eingeleitet. Für das RBE2-Element (im Bild links dargestellt) erfolgt **keine** Relativbewegung der gekoppelten Knoten zueinander. Der Bereich wird **ausgesteift**. Für das RBE3-Element (im Bild rechts dargestellt) erfolgt **eine** Relativbewegung der an den Zentralknoten gekoppelten Knoten zueinander. Der Bereich wird **nicht ausgesteift** [8], S.217.

Connector-Elemente

Ein Connector ist eine Möglichkeit zur Verbindung von Bauteilen in ABAQUS. Die definierten Eigenschaften eines Connector-Elements bestimmen die Bewegung der Bauteile zueinander [18].

Ein Beispiel für die Anwendung eines Connector-Elements ist in Bild 2-24 dargestellt:

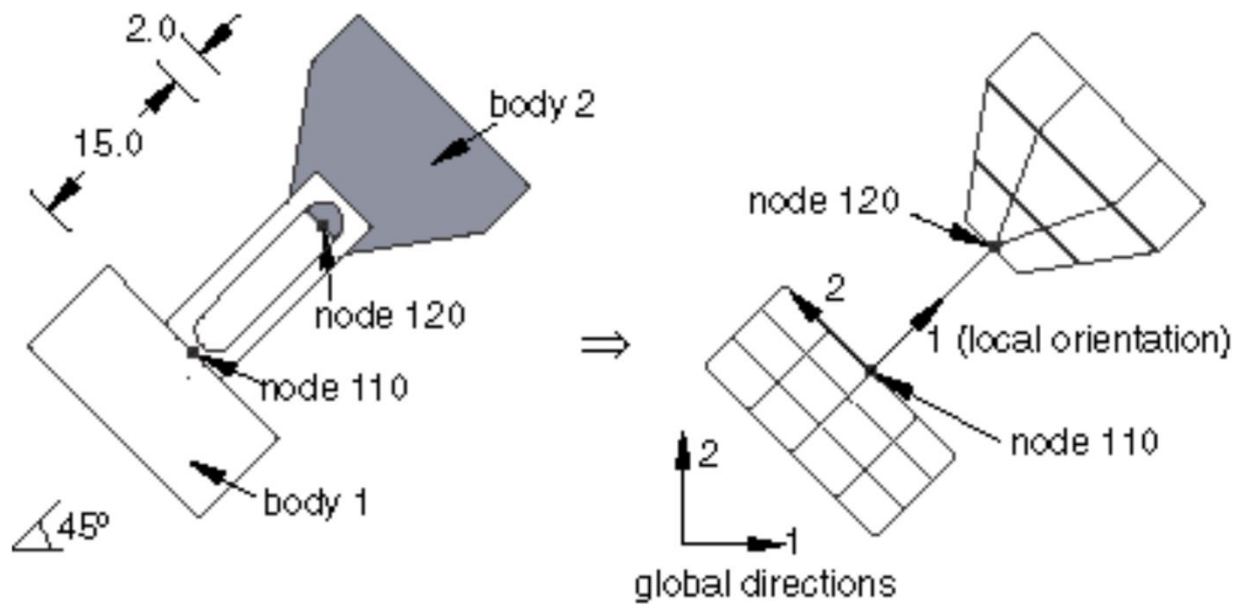


Bild 2-24: Bsp. Anwendung Connector-Element [7]

Hierbei wird ein realer Mechanismus durch einen Connector abgebildet [7].

3 Antriebsauslegung

Die Drehmomenteinleitung des bisherigen hydraulischen Reibwertprüfstands erfolgt durch einen hydraulischen Drehzylinder [15]. Dieser soll durch einen Elektromotor ersetzt werden [16]. Für die Berechnung des maximalen Proben-Reib-Moments T_R werden die Normalkraft F_N , der Reibdurchmesser D_R sowie der Reibwert μ zwischen den Proben benötigt. Die maximale Normalkraft F_N beträgt 200.000 N. Der Reibdurchmesser kann für einen Standardprobenkörper wie folgt berechnet werden [15]:

$$D_R = \frac{2 (D_A^3 - D_I^3)}{3 (D_A^2 - D_I^2)} = \frac{2 ((30 \text{ mm})^3 - (15 \text{ mm})^3)}{3 ((30 \text{ mm})^2 - (15 \text{ mm})^2)} = 23,33 \text{ mm} \quad (37)$$

Als Reibwerte werden Werte von bis zu $\mu = 2,5$ vorgegeben [16]. Damit lässt sich das maximale Proben-Reib-Moment T_R berechnen:

$$T_R = F_N * \mu * \frac{D_R}{2} = 200.000 \text{ N} * 2,5 * \frac{23,33 \text{ mm}}{2} = 5.833.333,333 \text{ Nmm} \quad (38)$$

Dieses Drehmoment muss von dem E-Antrieb für einen quasi-statischen Versuch aufgebracht werden können. Für die Berechnung der benötigten Leistung des E-Antriebs wird angenommen, dass in den dynamischen Versuchen das gleiche Drehmoment entsteht wie in den quasi-statischen Versuchen. Es wird eine Schlupfamplitude von $s_a = 100 \mu\text{m}$ bezogen auf den Reibdurchmesser D_R und eine Prüffrequenz $f = 20 \text{ Hz}$ vorgegeben [16]. Die Schlupfwinkelamplitude φ_a kann aus der Schlupfamplitude s_a und dem Umfang des Reibdurchmessers U_R berechnet werden:

$$\varphi_a = \frac{s_a}{\pi * D_R} * 2\pi = \frac{0,1 \text{ mm}}{\pi * 23,33 \text{ mm}} * 2\pi = 8,57 * 10^{-3} \text{ rad} \quad (39)$$

Da es sich bei den dynamischen Versuchen um eine Sinus-Wechselschwingung [16] des unteren Probenkörpers handelt, kann mit der Prüffrequenz f und der Schlupfwinkelamplitude φ_a die maximale Schlupfwinkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_a$ berechnet werden:

$$\dot{\varphi}_a = \varphi_a * 2\pi * f = 8,57 * 10^{-3} \text{ rad} * 2\pi * 20 \text{ Hz} = 1,08 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (40)$$

Mit der maximalen Schlupfwinkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_a$ und dem Drehmoment T_R kann die benötigte Maximalleistung P_{max} für die dynamischen Versuche berechnet werden. Sie berechnet sich zu:

$$P_{max} = \phi_a * T_R = 1,08 \frac{rad}{s} * 5.833,33 Nm = 6.283,2 W \quad (41)$$

Mit diesen Antriebskenngrößen kann eine geeignete Antriebseinheit ausgewählt werden. Für eine Prüfstands-Anwendung kommen aufgrund der benötigten Steuerbarkeit der Drehmomenteinleitung Servo-Motoren in Betracht [19]. Die Drehmomentforderungen beträgt knapp $6.000 Nm$. Die Servo-Kegelradgetriebemotoren der Siemens SIMOTICS S-1FG1 Baureihe bieten Drehmomente von bis zu $8.160 Nm$ [20]. Auf eine detaillierte Antriebsauslegung im Sinne einer Antriebskonfiguration wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Die Aggregate der SIMOTICS S-1FG1 Baureihe sind in Bild 3-1 dargestellt.



Bild 3-1: SIMOTICS S-1FG1 Baureihe [21]

4 Untersuchung des Verformungsverhaltens des Prüfstands

4.1 Modellbeschreibung Ausgangsmodell

4.1.1 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Geometrie

Um das Verformungsverhalten des Reibwertprüfstands abzubilden wird die Geometrie des Prüfstands durch ein ABAQUS-FE-Modell abgebildet. Die CAD-Dateien wurden durch den Betreuer dieser Arbeit zur Verfügung gestellt [16]. Die CAD-Geometrie des HRP2500 ist in Bild 4-1 dargestellt.

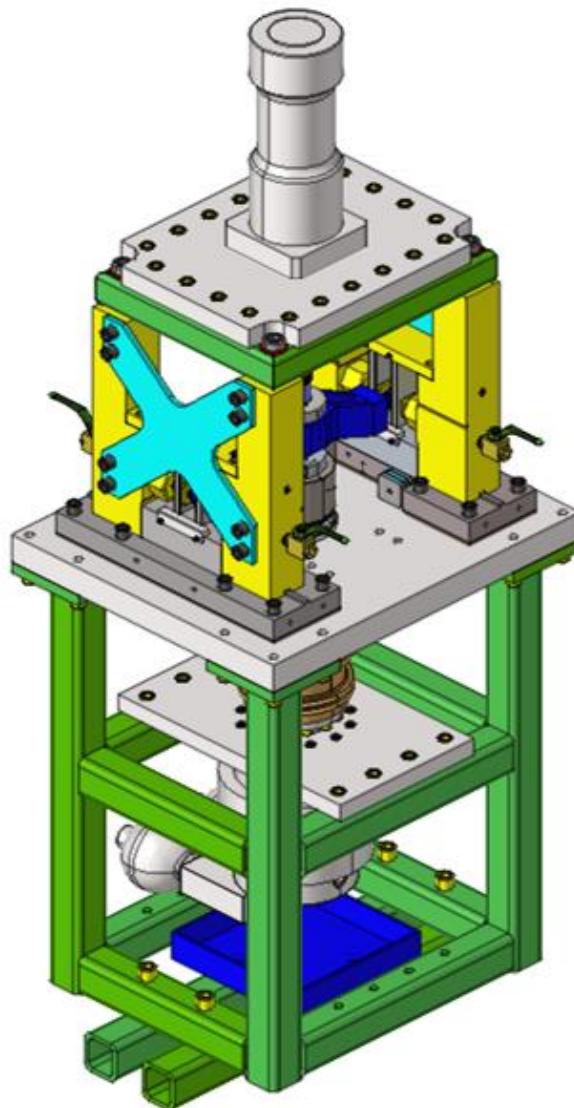


Bild 4-1: CAD-Geometrie des Reibwertprüfstands

4.1.2 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Vernetzung

Die Geometrie des Reibwertprüfstands wird in dem Prä-Prozessor HyperMesh in ein FE-Netz überführt. Dünnwandige Bauteile, zum Beispiel die Rohrprofile, werden durch ihre Mittelflächen ersetzt und durch lineare Schalenelemente mit entsprechender Dicke abgebildet. Die sonstigen Bauteile werden durch lineare Hexaeder- und Pentaeder-Elemente abgebildet. Als Werkstoff wurde für alle Bauteile der Werkstoff Stahl angenommen. Um die Modellgröße moderat zu halten, werden Strukturbauteile mit $l = 4 - 8 \text{ mm}$ grob vernetzt. Die Reibwertproben und die Drehmomentabstützung werden mit einer Elementkantenlänge von $l = 1 \text{ mm}$ feiner vernetzt. Der Druckzylinder der hydraulischen Normkrafteinleitung, sowie Teile der hydraulischen Drehmomenteinleitung wurden nicht vernetzt, da kein Mehrwert bei einer Abbildung zu erwarten ist. Der Vergleich zwischen CAD-Modell und FE-Modell ist in Bild 4-2 dargestellt:

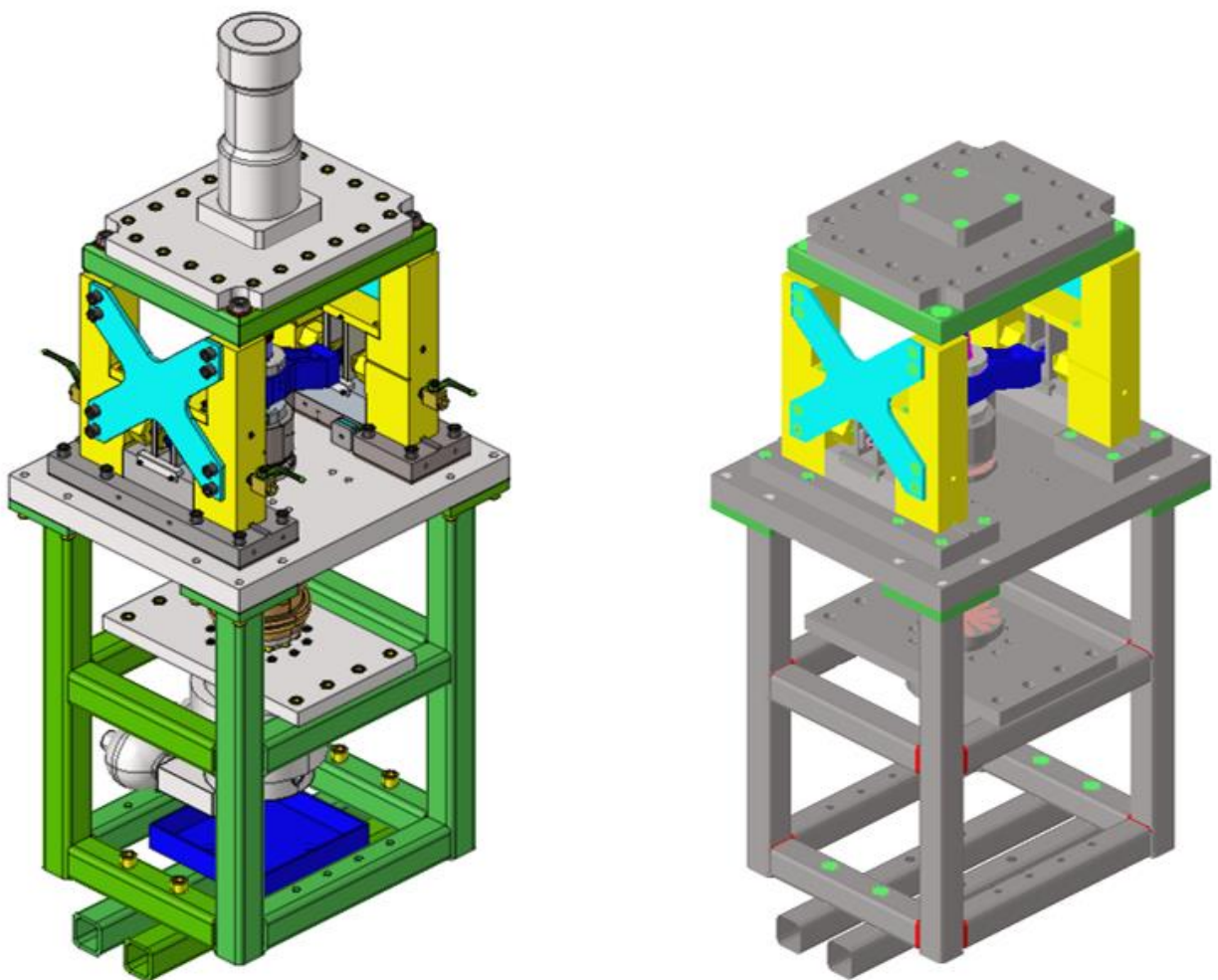


Bild 4-2: Überführung der CAD-Geometrie in ein FE-Modell

4.1.3 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Connectoren

In dem FE-Modell werden bestimmte Eigenschaften / Mechanismen des Prüfstands durch Connectoren abgebildet. Diese werden im Folgenden beschrieben:

Der hydraulische Drehzylinder wird, wie bereits in Kapitel 4.1.1 beschrieben, nicht als vernetzte Geometrie, sondern als Connector abgebildet. Er ist in Bild 4-3 dargestellt. Der Connector wird als „steif“ in Drehrichtung der Drehmomenten-Einleitung (global y) definiert und ist mit REB2-Elementen an die umliegende Struktur angebunden. Die übrigen Freiheitsgrade des Connectors werden „weich“ mit einer Pseudosteifigkeit versehen. Damit wird sichergestellt, dass der Connector lediglich Drehmoment in das Prüfstandsmodell einbringt.

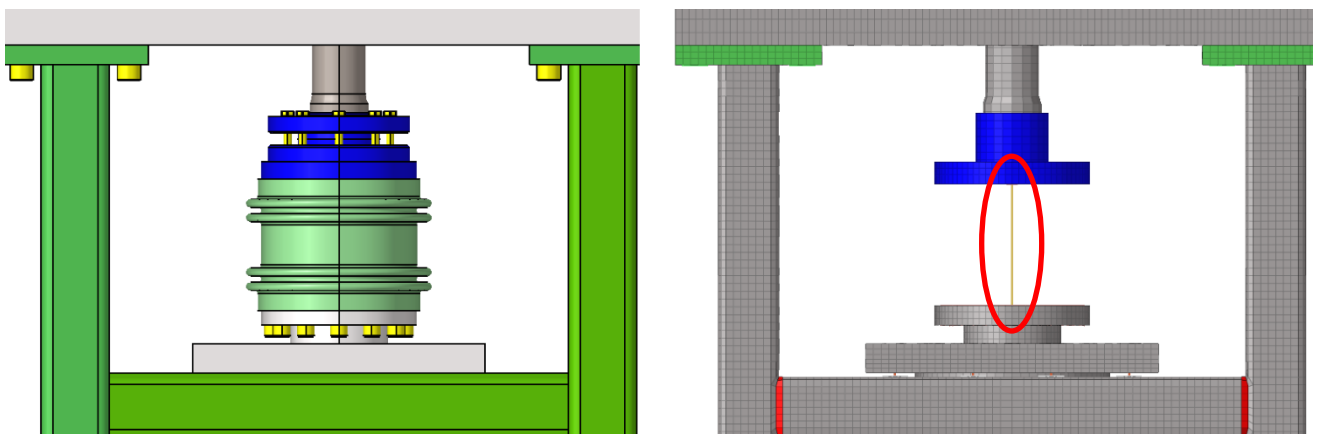


Bild 4-3: Connector zur Abbildung des hydraulischen Drehzylinders

Um sicherzustellen, dass der hydraulische Normalkraftzylinder lediglich die Normalkraft in das Prüfstandsmodell überträgt und keine Reibdrehmomente abstützt, wird unterhalb der Kraftmessdose ein Connector definiert, der steif in alle Raumrichtungen mit Ausnahme der Drehrichtung ist. Er ist in Bild 4-4 dargestellt und mit RBE2-Elementen an die umliegende Struktur angebunden.

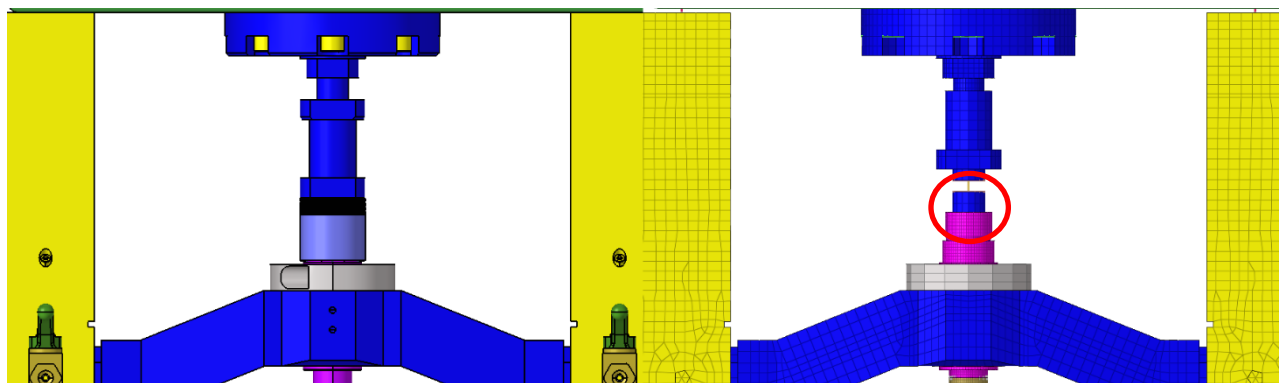


Bild 4-4: Connector zur Sicherstellung der realen Drehmomentenabstützung

Die Reibdrehmomentabstützung an die Reststruktur erfolgt über die Reibdrehmomentenabstützungsbrücke auf Höhe der Kontaktfläche der Reibwertproben. An den beiden Enden befindet sich jeweils eine Gelenkhülse. Damit soll für den Prüfstand sichergestellt werden, dass nur die Abstützung des Reibdrehmoments über die Brücke erfolgt. Die Reibdrehmomentenabstützungsbrücke ist Bild 4-5 in dargestellt:

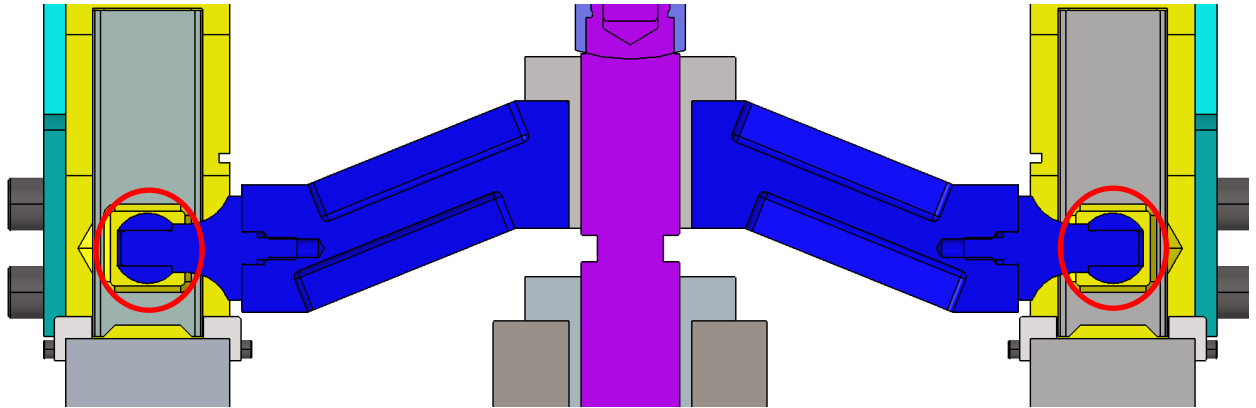


Bild 4-5: Schnittdarstellung der CAD-Geometrie im Bereich der Brücke

Die Gelenkhülsen des Prüfstands (rot eingekreist in Bild 4-5) lassen lediglich ein Verdrehen und Verschieben um die Achse des darin liegenden Zapfens zu. Um ein realistisches Verformungsverhalten des Prüfstands abzubilden werden Connectoren zwischen den Gelenkhülsen und den Zapfen definiert. Diese Connectoren sind „weich“ bezüglich einer Verschiebung entlang der Zapfenlängsachse und bezüglich einer Verdrehung auf Selbiger. Sie sind über RBE2-Elemente an die umliegende Struktur angebunden. Der Zapfen, die Gelenkhülse, die Gelenkführung und die Führungsplatten sind Bild 4-6 dargestellt.

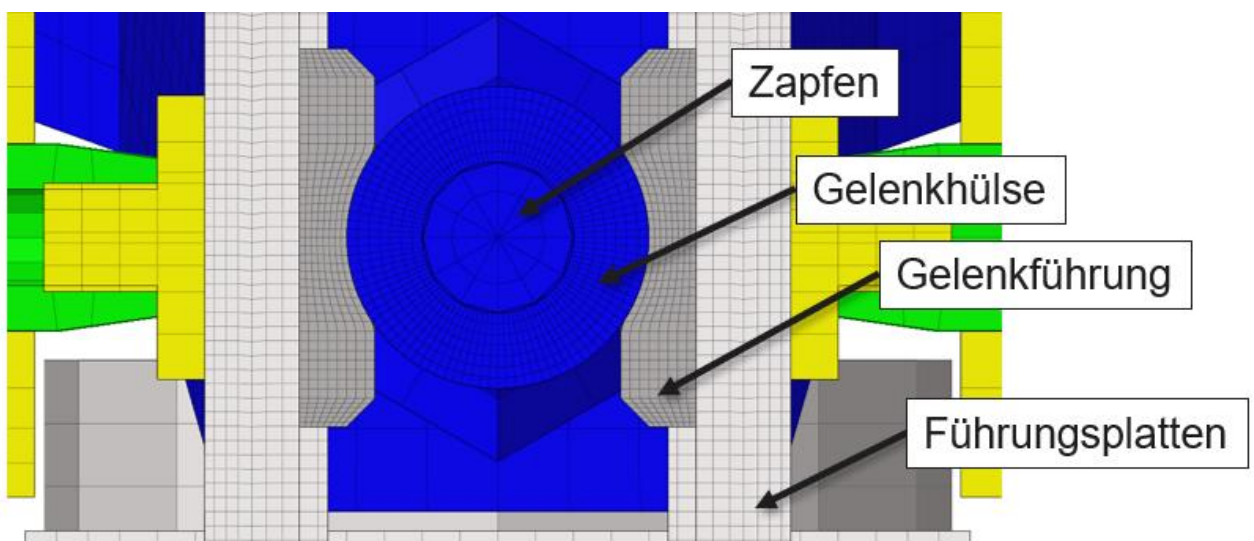


Bild 4-6: Schnittdarstellung der Drehmomentenabstützung

Das Verhalten des Pendelrollenlagers wird über einen Connector abgebildet: Dieser Connector lässt einzig die Verdrehung um die Rotationsachse des Lagers zu (global y). Er ist wie die vorher beschriebenen Connectoren ebenfalls über RBE2-Elemente an die umliegende Struktur angebunden. Der Connector ist in Bild 4-7 dargestellt:

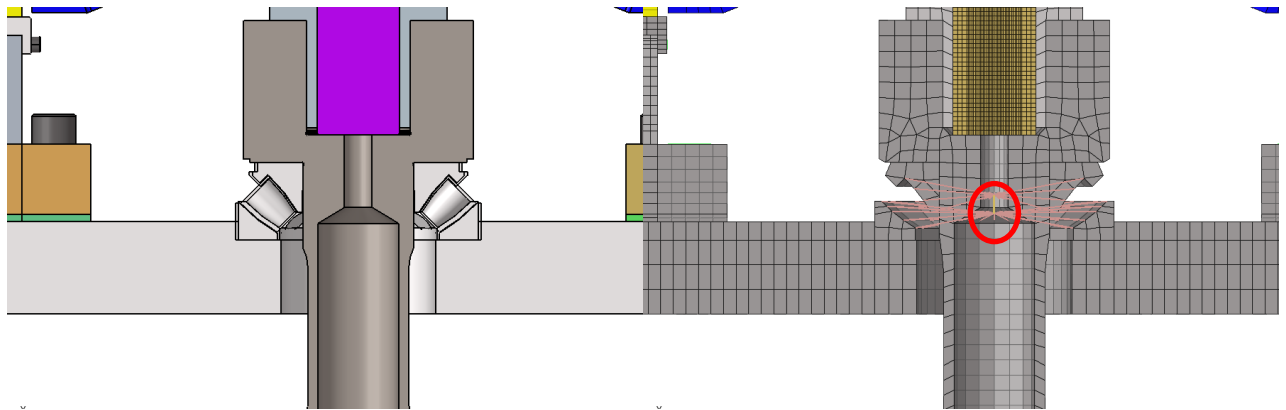


Bild 4-7: Connector zur Abbildung des Pendelrollenlagers

4.1.4 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Schraubverbindungen

Die im Prüfstand vorhandenen Schraubverbindungen werden durch Balkenelemente abgebildet. Das generelle Vorgehen dazu wird anhand der M24-Verschraubung des oberen Rohrprofils beschrieben. Die Schraubverbindung ist in Bild 4-8 dargestellt.

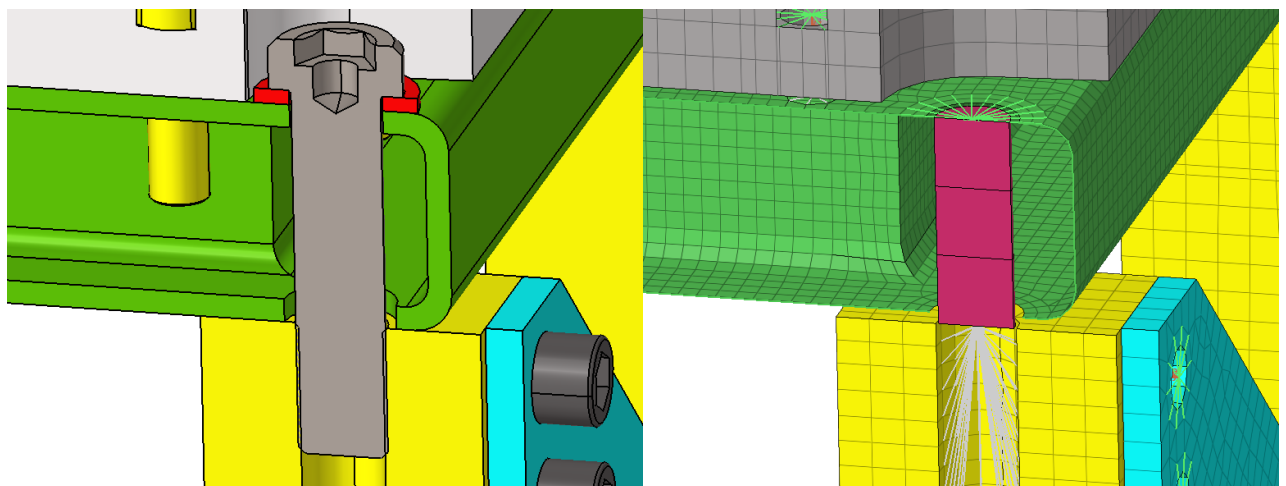


Bild 4-8: Abbildung der M24-Verschraubung des oberen Rohrprofils durch Balkenelemente

Die Schraubverbindung wird durch jeweils drei Balken mit einem Durchmesser entsprechend des Spannungsdurchmessers der Verschraubung abgebildet. Dadurch wird einem möglichen Verkippen / Abscheren der Schraubverbindung Rechnung getragen. Der mittlere Balken wird mit einer Pre-Tension-Section vorgespannt. Die Vorspannkraft entspricht für

alle Verschraubungen der der VDI2230 für die Festigkeitsklasse 8.8 bei einem Reibwert von $\mu = 0,12$ gemäß Tabelle A1. Die Balken werden im Bereich des Schraubenkopfs und im Bereich der Einschraubverbindung mit RBE2-Elementen an die umliegende Struktur angebunden.

4.1.5 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Lagerung

Der Reibwertprüfstand steht auf einem Spannfeld und wird mit Nutensteinen in selbigem fixiert. Das Spannfeld wird selbstverständlich nicht im Modell abgebildet. Das Modell wird im Bereich der untersten Rohrprofile gelagert. Dafür werden die Knoten in diesen Bereichen bezüglich aller ihrer Freiheitsgrade gesperrt. Die Bereiche sind in Bild 4-9 dargestellt.

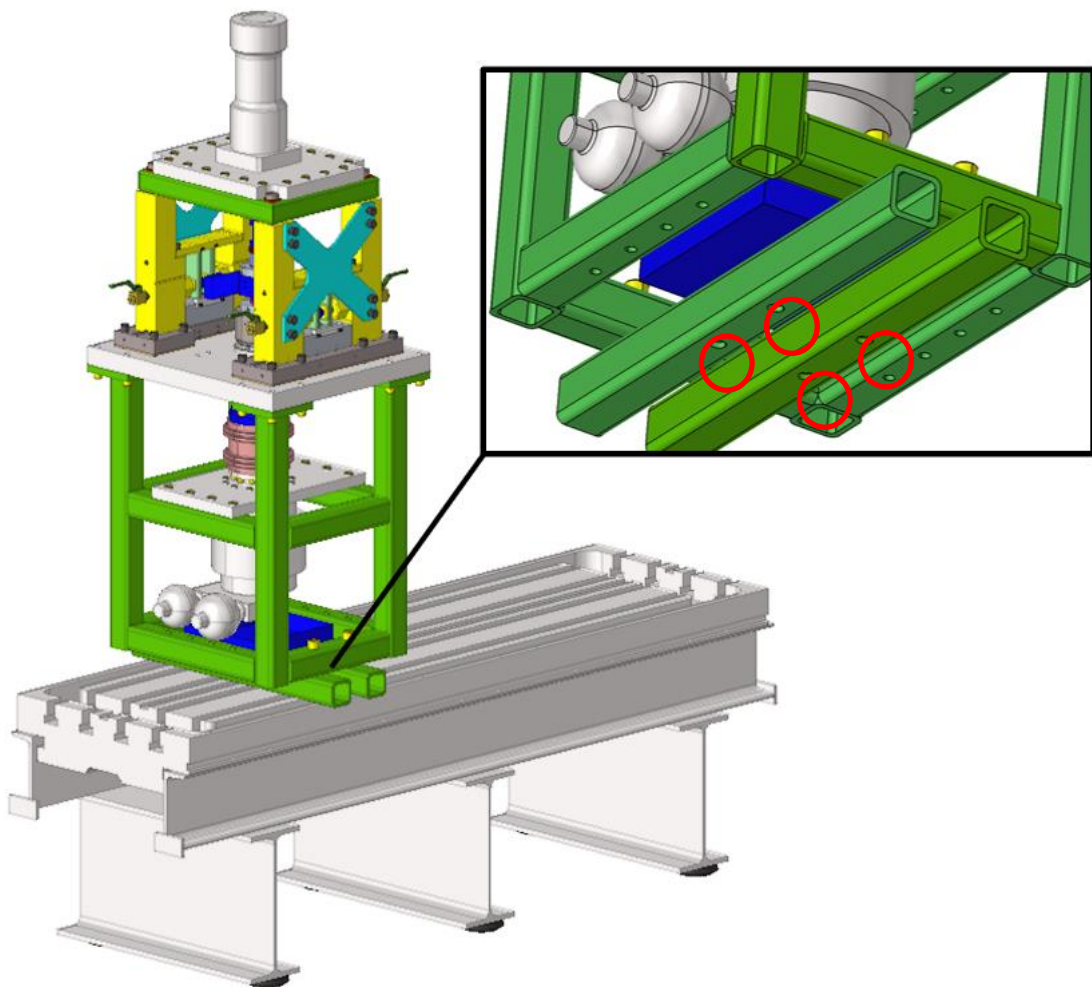


Bild 4-9: Lagerung des Prüfstands über Spannfeld

4.1.6 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Lasteinleitung

Die Lasteinleitung der Normalkraft erfolgt oberhalb der Kraftmessdose durch eine Pre-Tension-Section. Damit kann sowohl die Normalkraft als auch das Abstützen des Druckzylinder

an die umliegende Struktur abgebildet werden. Die Lage dieser Pre-Tension-Section ist in Bild 4-10 dargestellt.

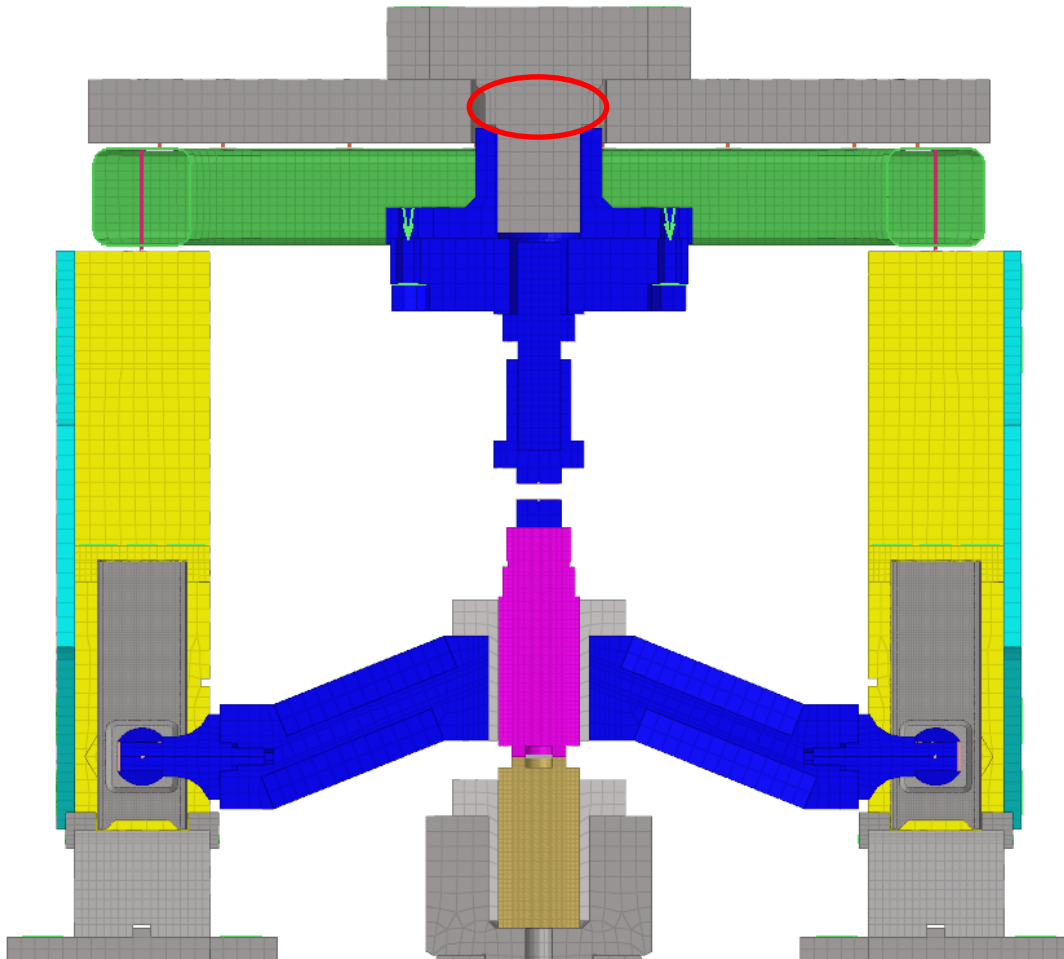


Bild 4-10: Position der Pre-Tension-Section zur Abbildung der Normalkraft

Die Bereits in Kapitel 4.1.3 beschriebene Drehmomentenabstützung stellt sicher, dass sich nur das Reibdrehmoment über die Brücke abstützt und nicht die Normalkraft. Erst nachdem die Normalkraft auf die Probenpaarung aufgebracht wurde, drücken Hydraulikstempel die Führungsplatten gegen das Drehgelenk und sorgen damit für eine Drehmomentenabstützung. Die hydraulische Drehmomentenabstützung wird ebenfalls über Pre-Tension-Sections abgebildet. Sie sind in Bild 4-11 abgebildet.

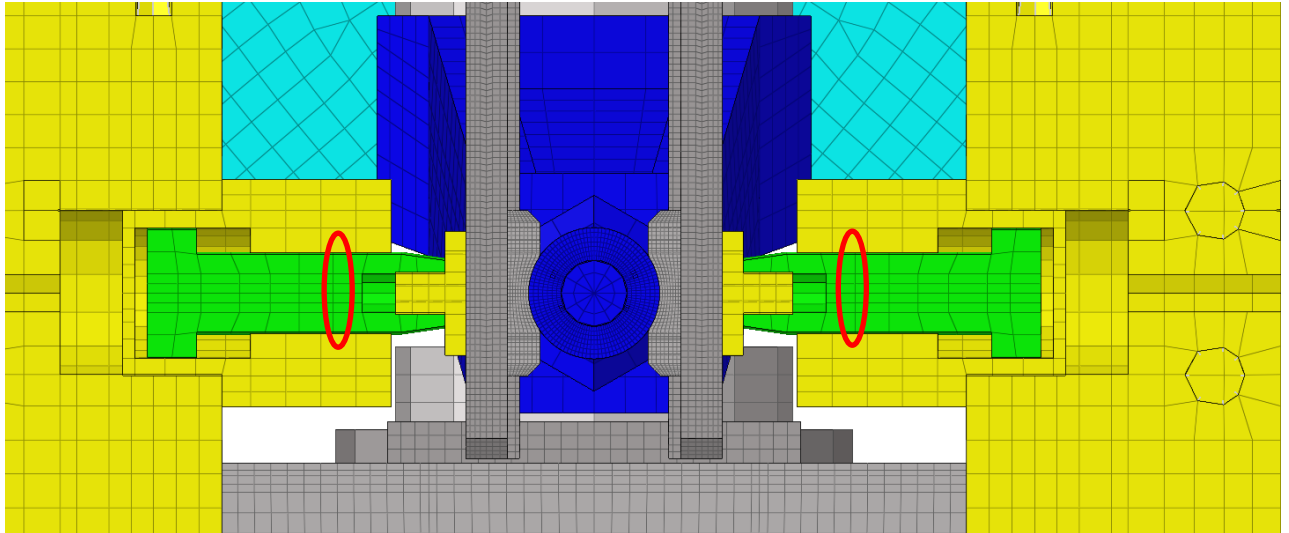


Bild 4-11: Pre-Tension-Section für die hydraulische Drehmomentenabstützung

Die Drehmomenteneinleitung erfolgt über den bereits in Kapitel 4.1.3 beschriebenen Connector. Es wird eine Verdrehung des Connectors von 5° vorgegeben.

4.1.7 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Kontakte

Als Reibwert für den Kontakt zwischen den Reibwertproben wurde ein Reibwert von $\mu = 2,5$ definiert [16]. Für alle anderen Kontakte wurde ein Reibwert von $\mu = 0,12$ eingestellt [22]. In Bild 4-12 sind die Tie-Bereiche und die Kontaktbereiche dargestellt. Durch den Betreuer dieser Arbeit wurde eine Kontaktsteifigkeit $10^7 \frac{N}{mm}$ vorgegeben [16].

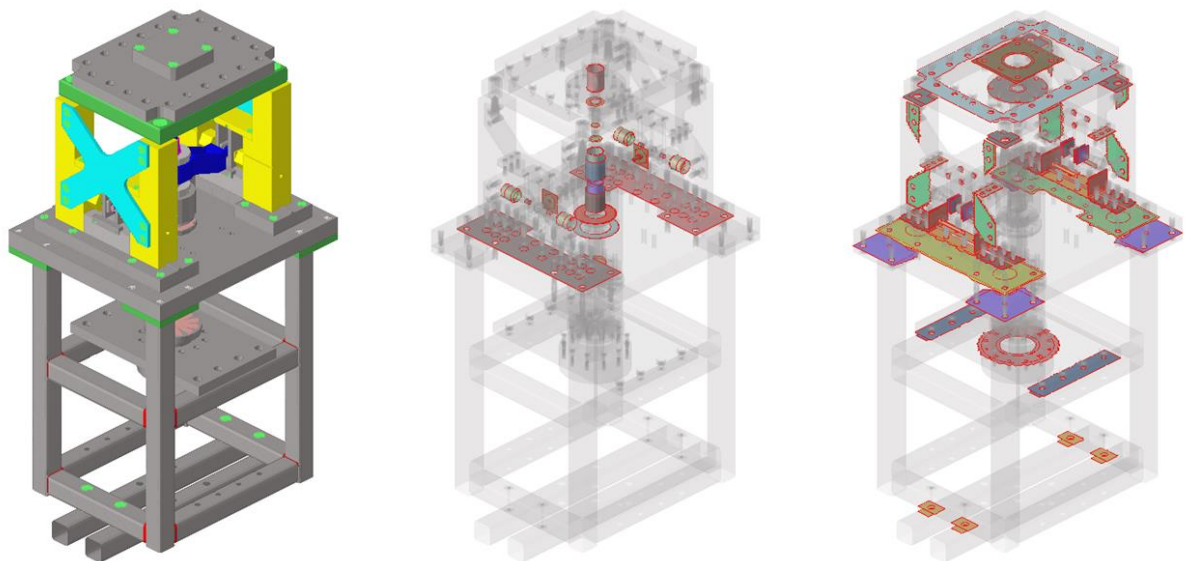


Bild 4-12: Gesamtmodell (links), Tie-Bereiche (mitte) und Kontakt-Bereiche (rechts)

4.1.8 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Mess-RBE3

Um das Verkippen der Proben besser bewerten zu können, werden RBE3-Elemente unterhalb und oberhalb der Probenpaarung definiert. Die Verdrehung der Referenzknoten um die globale x- und z-Achse entspricht dem Verkippen der Proben. In Bild 4-13 ist der Mess-RBE3 des unteren Probenkörpers exemplarisch dargestellt.

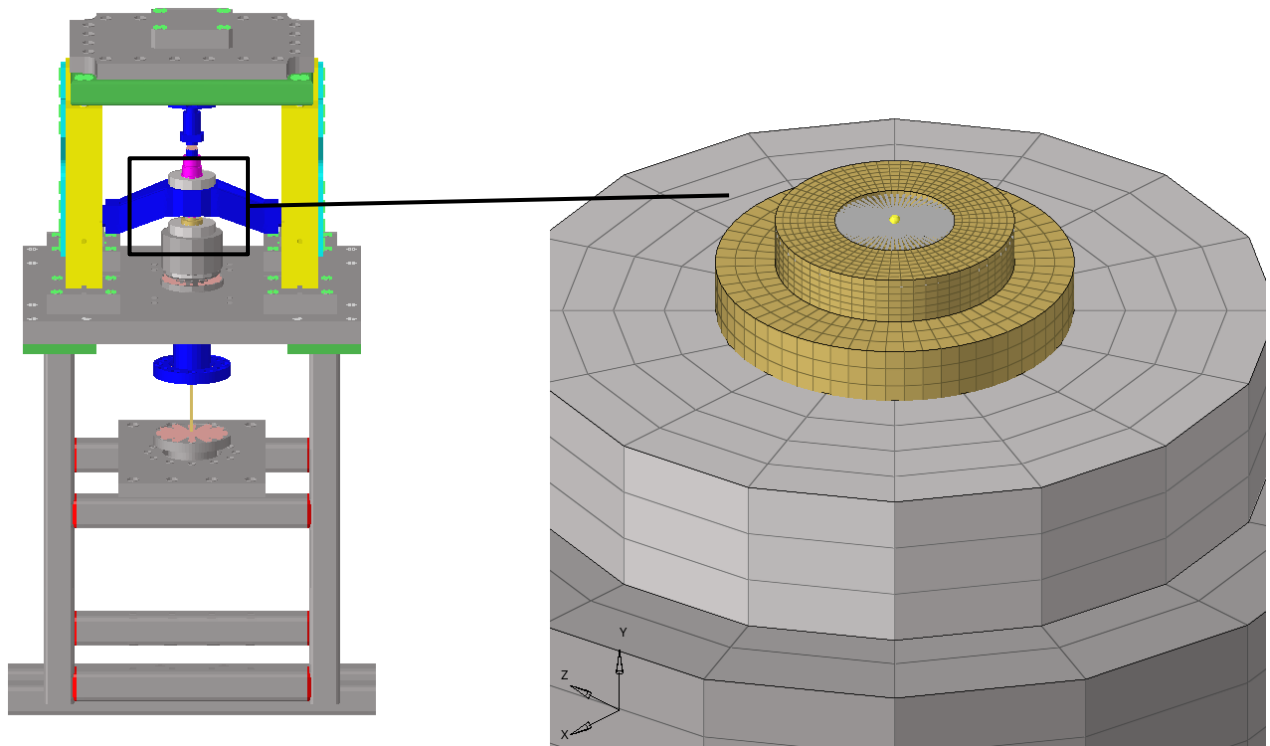


Bild 4-13: Mess-RBE3 des unteren Probenkörpers

4.1.9 Modellbeschreibung Ausgangsmodell: Rechenablauf

Im Folgenden wird der Rechenablauf für das Reibwertprüfstandsmodell zusammengefasst:

- Im ersten Step werden Vorspannkräfte auf die Schraubverbindungen aufgebracht, die Druckzylinder der Drehmomentabstützung vorgespannt, die Lagerung und eine Schwerebeschleunigung definiert.
- Im zweiten Step werden die Vorspannkräfte der Schraubverbindungen und die Druckzylinder der Drehmomentabstützung fixiert.
- Im dritten Step wird eine Normalkraft von $F_N = 200.000 \text{ N}$ aufgebracht.
- Im vierten Step wird der Connector der Drehmomenteinleitung um 5° verdreht.

4.2 Ergebnisse Ausgangsmodell

Die Verteilung der Flächenpressung auf der Kontaktfläche dem unteren Reibwertprobenstück ist in Bild 4-14 dargestellt. Es zeigt sich keine ungleichmäßige Druckverteilung infolge der Normalkraft. Die Flächenpressungsverteilung infolge der zusätzlichen Einleitung des Drehmoments lässt ebenso kein Verkippen eines Probenkörpers erkennen. Gleiches gilt für das Verkippen des Referenzknotens des Mess-RBE3 in Bild 4-15 und Bild 4-16.

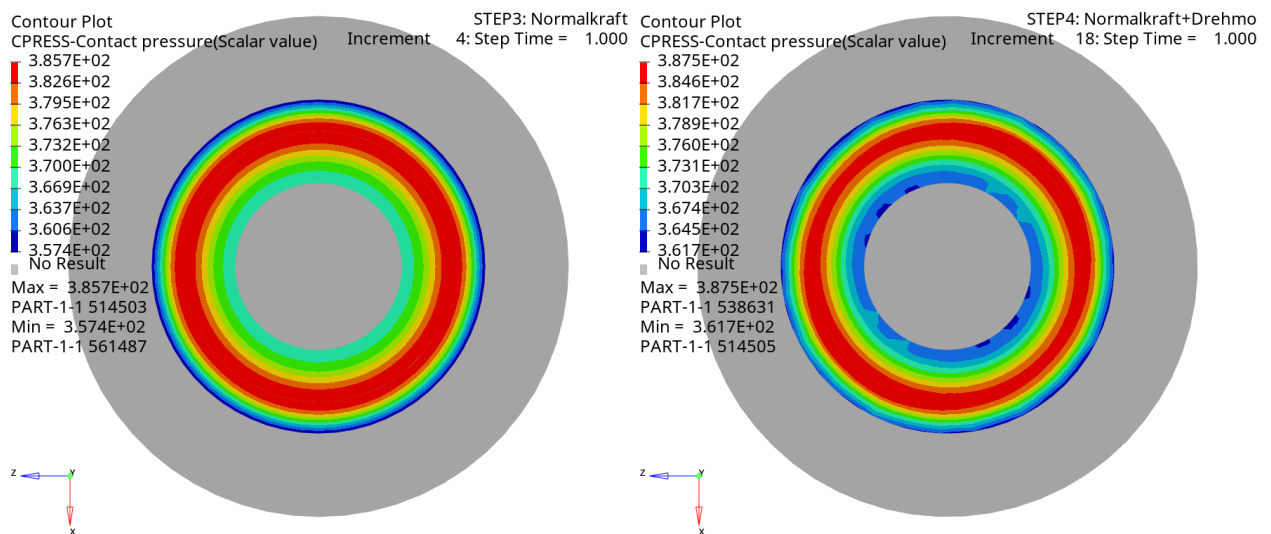


Bild 4-14: Flächenpressung im Kontaktbereich der unteren Reibprobe in Step 3 (links) und Step 4 (rechts) - Ausgangsmodell

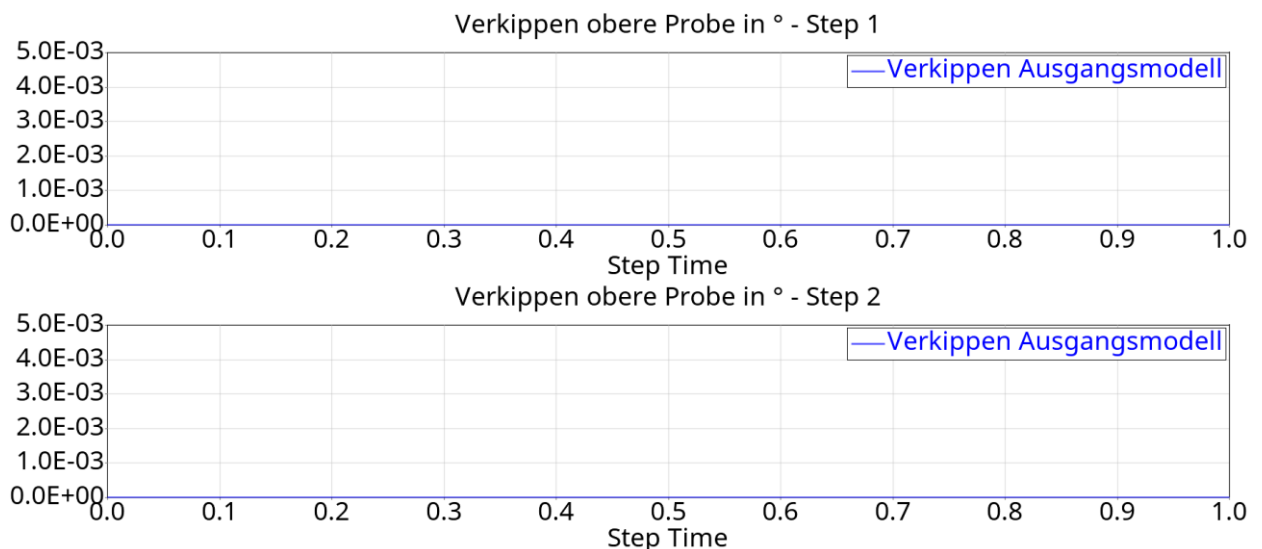


Bild 4-15: Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 1 und 2 - Ausgangsmodell

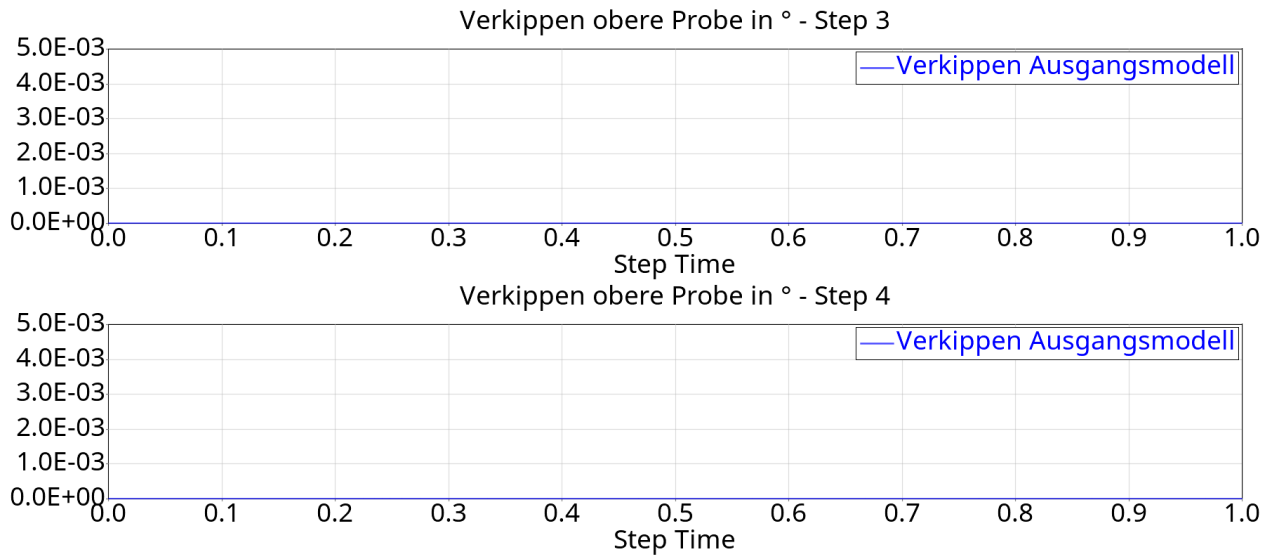


Bild 4-16: Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 3 und 4 – Ausgangsmodell

Mit dem Ausgangsmodell lässt sich keine eindeutige Ursache für ein Verkippen der Proben zueinander identifizieren, das Verkippen ist deutlich unter einem Tausendstel Grad. Es kann keine konzeptbedingte Ursache für ein Verkippen nachgewiesen werden.

Es ist zu vermuten, dass ein Verkippen des realen Prüfstands durch die Montage hervorgerufen wird. Daher werden die Verschraubungen einer genaueren Untersuchung unterzogen. Bei der Montage der 8.8-M24-Schraubverbindung des oberen Deckprofils wird eine Vorspannkraft von $F_V = 188.000 \text{ N}$ definiert [23] S.109. Die Positionen der Verschraubungen sind in Bild 4-17 dargestellt.

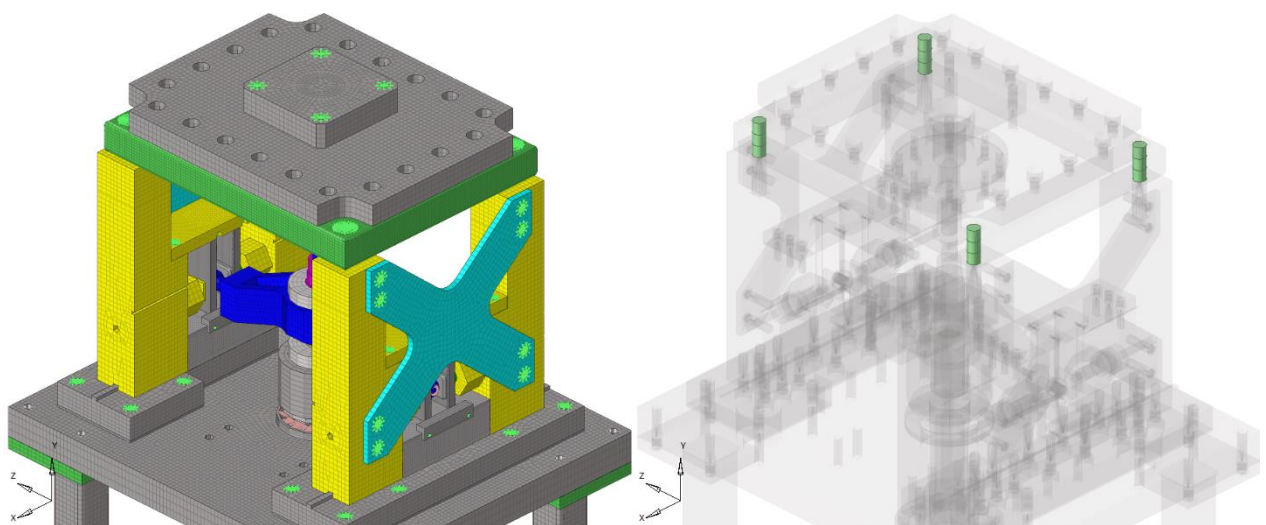


Bild 4-17: M24-Verschraubung des oberen Deckprofils

Bei der Montage von Schraubverbindungen kann es mitunter zu erheblichen Schwankungen in der Montagevorspannkraft kommen. Das Verhältnis zwischen maximaler und minimaler Vorspannkraft wird durch den Anzugsfaktor α_A beschrieben [23] S.30-32. Für drehmomentgesteuerte Anzugsverfahren finden sich in der Literatur Werte im Bereich um $\alpha_A \approx 1,6$ [23] Tabelle A8. Es ist zu vermuten, dass die Verschraubung des Deckprofils gegenüber einer Schwankung der Montagevorspannkraft besonders empfindlich ist, da die Vorspannkraft der M24-Verschraubungen am höchsten ist. Weiterhin ist das Rohrprofil des oberen Deckprofils innen hohl und besitzt damit eine höhere Nachgiebigkeit als ein vergleichbares Profil aus vollem Material, siehe Bild 4-8. Ein ungleichmäßiges Anziehen hat damit an dieser Stelle den größten Einfluss auf ein Schrägstellen des oberen Prüfstands und damit auf ein Verkippen der oberen Probe.

4.3 Abbildung einer Schwankung der Montagevorspannkraft

Um die Auswirkungen einer Schwankung der Montagevorspannkraft im FE-Modell abzubilden, wird im ersten Step die Vorspannkraft einer M24-Schraube auf $F_V = 120.000 \text{ N}$ reduziert. In Bild 4-18 ist ein Auszug aus dem Startdeck des modifizierten Modells dargestellt.

```
*CLOAD, OP=NEW
Pretension_Nodes_M5,          1,    7200
Pretension_Nodes_M10,         1,   29600
Pretension_Nodes_M12,         1,   43000
Pretension_Nodes_M16,         1,   80900
Pretension_Nodes_M20,         1,  130000
Pretension_Nodes_M24_+x-z,    1,  188000
Pretension_Nodes_M24_+x+z,    1,  188000
Pretension_Nodes_M24_-x-z,    1,  188000
Pretension_Nodes_M24_-x+z,    1, 120000
Druckzylinder_Drehmoabstuetzung_1, 1,  -1000
Druckzylinder_Drehmoabstuetzung_2, 1,  -1000
Druckzylinder_Drehmoabstuetzung_3, 1,  -1000
Druckzylinder_Drehmoabstuetzung_4, 1,  -1000
```

Bild 4-18: Auszug aus dem Startdeck des modifizierten Modells

4.4 Auswirkungen einer Schwankung der Montagevorspannkraft

In Bild 4-19 sind die Auswirkungen einer Schwankung der Montagevorspannkraft auf die Flächenpressung im Kontaktbereich zwischen den Probenkörpern dargestellt. Die Flächenpressungsverteilung entspricht nicht mehr einer gleichmäßigen Verteilung wie in Bild 4-14 in Kapitel 4.2 gezeigt. Es zeigt sich eine eindeutige Verschlechterung im Vergleich zum Ausgangsmodell.

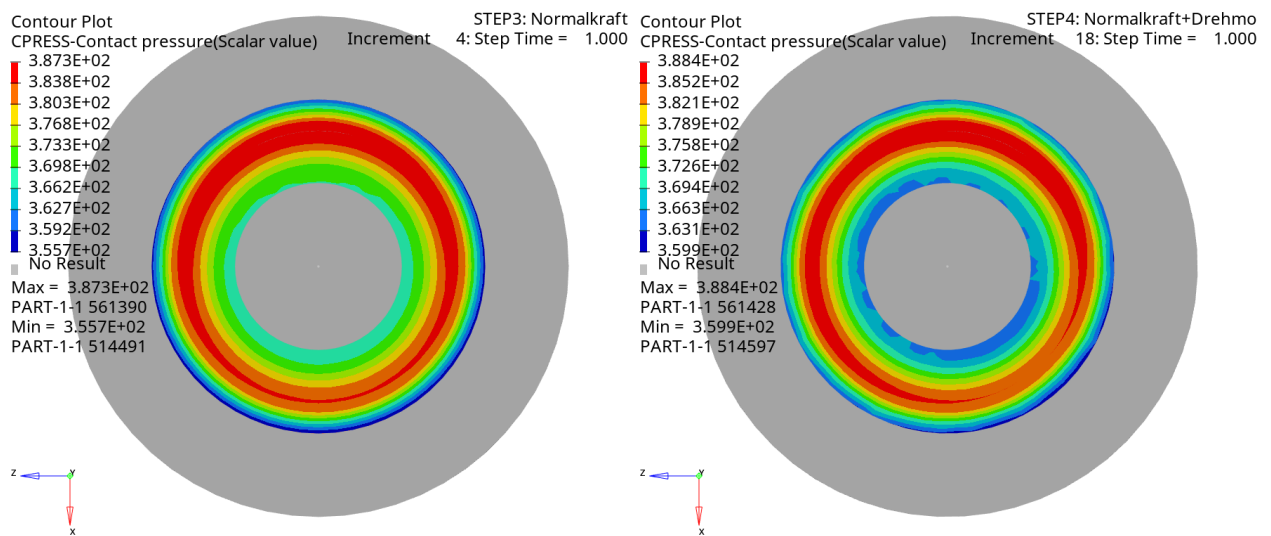


Bild 4-19: Flächenpressung im Kontaktbereich der unteren Reibprobe in Step 3 (links) und Step 4 (rechts) – Modell mit Schwankung der Vorspannkraft

Gleiches gilt für das Verkippen des Referenzknotens des Mess-RBE3 der oberen Reibwertprobe. In Bild 4-20 und Bild 4-21 zeigt sich, dass die in Kapitel 4.2 getroffene Annahme, dass die Montage den größten Einfluss auf ein Verkippen hat, zutreffend ist. Es bleibt dennoch anzumerken, dass sich das Verkippen der oberen Probe trotz einer maximalen Schwankung der Montagevorspannkraft in Größenordnungen von zwei bis vier Tausendstel Grad befindet. Genauso wenig lässt sich aus der Flächenpressungsverteilung in Bild 4-19 kein lokales Abheben der Proben erkennen - eine Tendenz lässt sich allerdings zweifelsfrei aufzeigen.

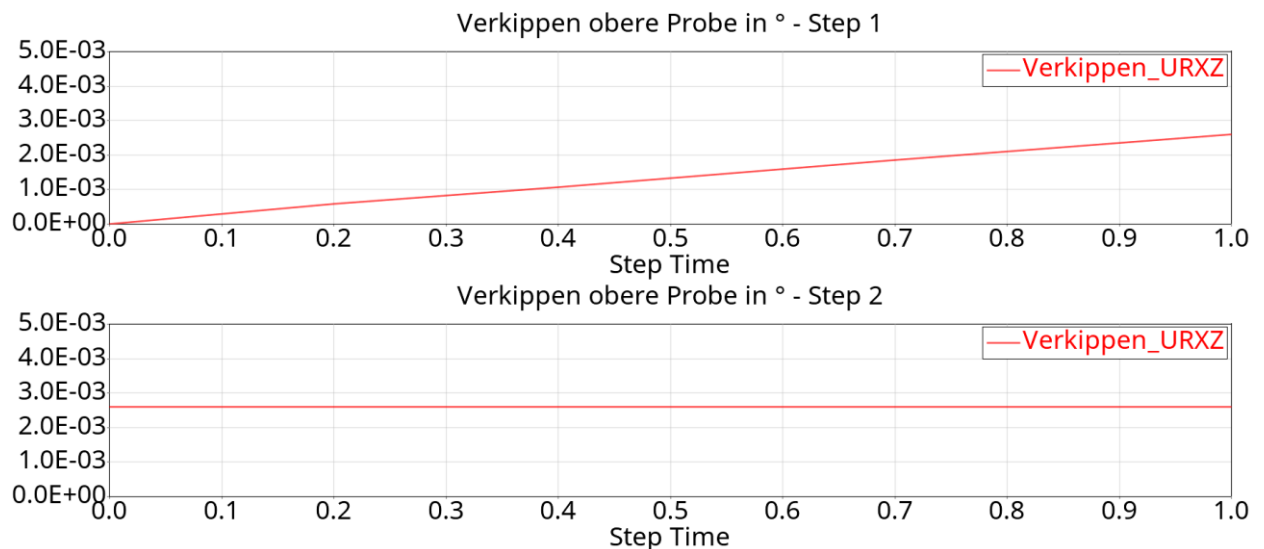


Bild 4-20: Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 1 und 2 - Modell mit Schwankung der Vorspannkraft

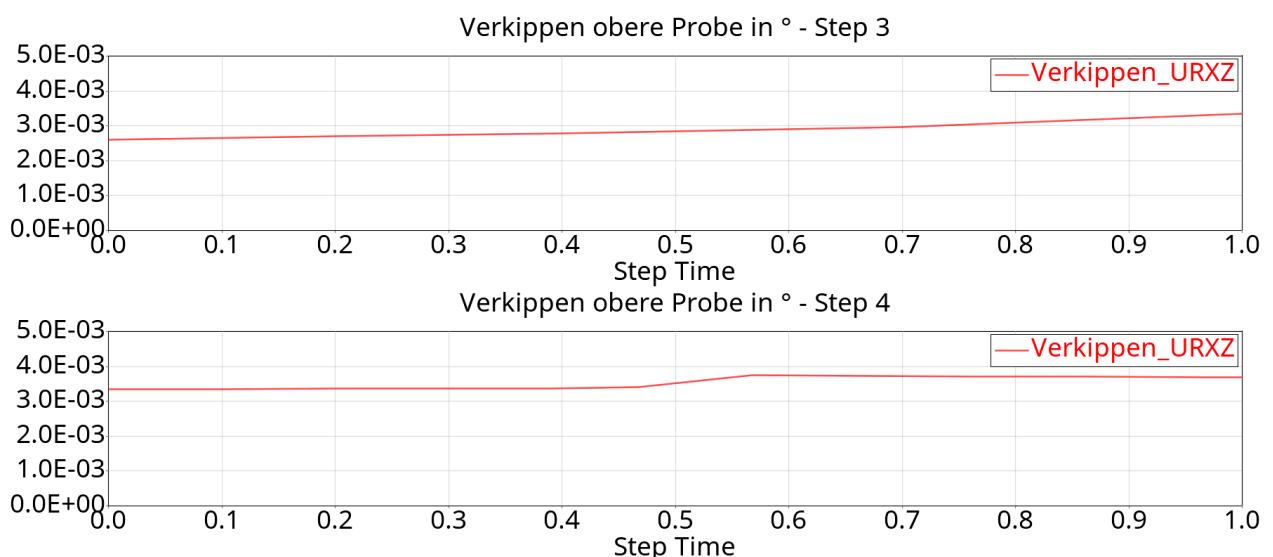


Bild 4-21: Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 3 und 4 – Modell mit Schwankung der Vorspannkraft

4.5 Konstruktionsanpassung zur Verminderung des Verkippens

Um die Auswirkungen einer Schwankung der Montagevorspannkraft auf das Verkippen der oberen Reibwertprobe abzumildern, muss die Steifigkeit des oberen Deckprofils im Verschraubungsbereich erhöht werden. Durch eine niedrigere Nachgiebigkeit verformt sich der Verschraubungsbereich in Folge der Montagevorspannkraft weniger stark. Damit verformt sich der obere Bereich des Prüfstands weniger stark und das Verkippen wirkt sich trotz

unsymmetrischer Vorspannkraften geringer aus. Eine einfache Möglichkeit, die Steifigkeit zu erhöhen ist der Einsatz von Einschweißhülsen im Verschraubungsbereich. Um die Potentiale einer Erhöhung der Steifigkeit bewerten zu können werden in dem FE-Modell Einschweißhülsen abgebildet:

Hierfür werden im Prä-Prozessor lineare Hexaeder-Elemente im Bereich der Verschraubung erzeugt. Die Modifikation des Modells ist in Bild 4-22 dargestellt.

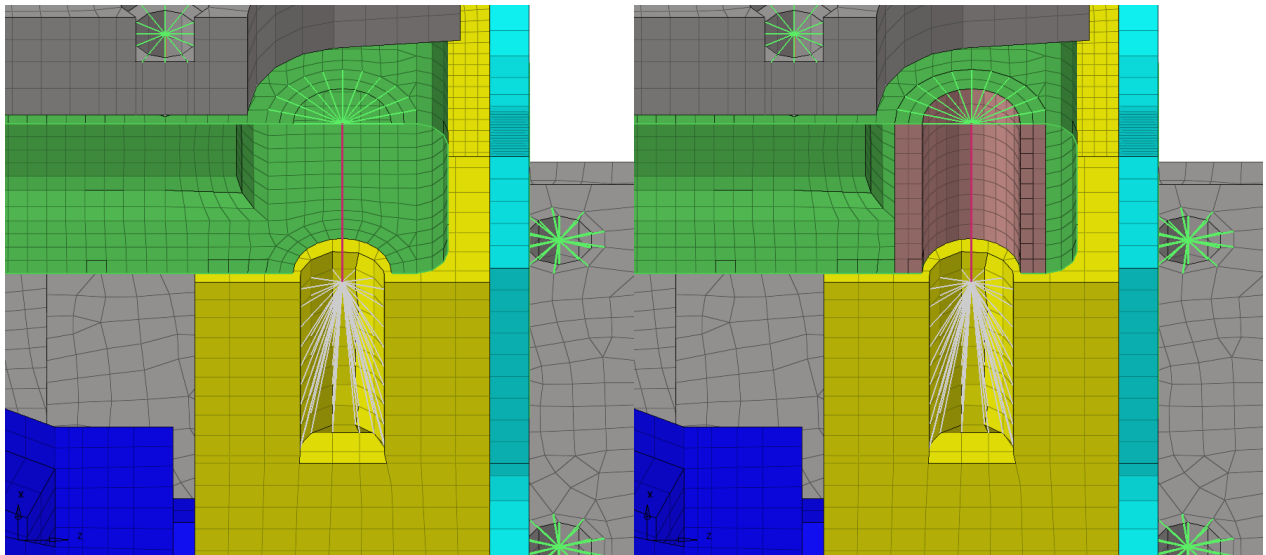


Bild 4-22: Ausgangsmodell (links), Modell mit Einschweißhülsen (rechts)

4.6 Auswirkungen einer Schwankung der Montagevorspannkraft auf die angepasste Konstruktion

Die Auswirkungen der Einschweißhülsen auf die Flächenpressungsverteilung sind in Bild 4-23 dargestellt. Es zeigt sich eine deutliche Verbesserung des Flächenpressungsverhalten im Vergleich zum Modell mit Vorspannkraftschwankung ohne Einschweißhülsen. Ähnliches gilt für das Verkippen der oberen Probe, dargestellt in Bild 4-24 und Bild 4-25. Ein Vergleich der Flächenpressungen infolge Normalkraft für alle drei Modellvarianten ist im Anhang 1 dargestellt. Der Vergleich der Kurven für das Verkippen der oberen Reibwertprobe ist im Anhang 2 dargestellt.

Mit der in Kapitel 4.5 beschriebene Konstruktionsanpassung konnte eine Verbesserung bzgl. des Verformungsverhaltens erreicht werden.

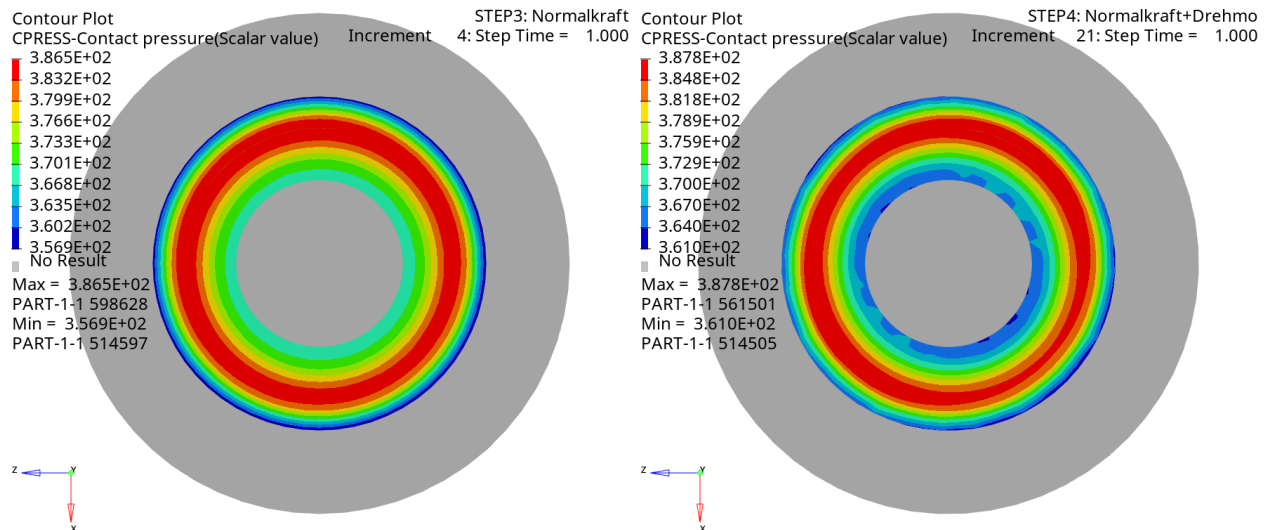


Bild 4-23: Flächenpressung im Kontaktbereich der unteren Reibprobe in Step 3 (links) und Step 4 (rechts) – Modell mit Schwankung der Vorspannkraft und Einschweißhülsen

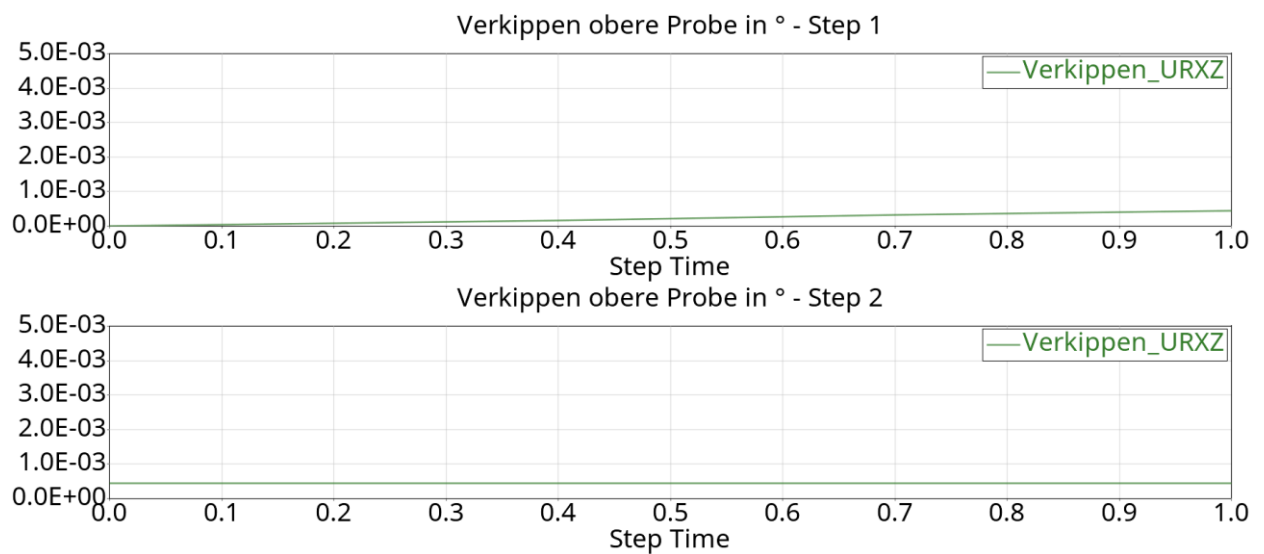


Bild 4-24: Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 1 und 2 - Modell mit Schwankung der Vorspannkraft und Einschweißhülsen

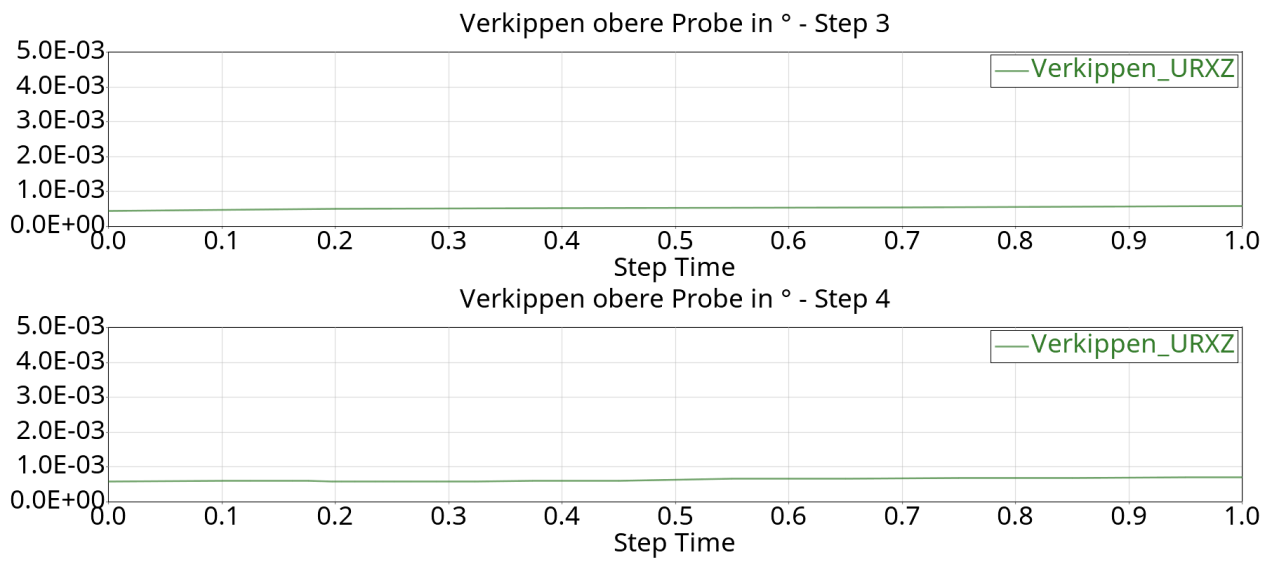


Bild 4-25: Verkippen des oberen Probenkörpers in Step 3 und 4 – Modell mit Schwankung der Vorspannkraft und Einschweißhülsen

5 Festigkeitsnachweis Messwelle

Der bisherige Reibwertprüfstand hat ein maximales Antriebsdrehmoment von $T_R = 2.500.000 \text{ Nmm}$ und eine maximale Normalkraft von $F_N = 200.000 \text{ N}$ [15]. Gemäß der Antriebsauslegung für das neue Antriebskonzept aus Kapitel 3 beträgt das neue mögliche Proben-Reib-Moment $T_R = 5.833.333 \text{ Nmm}$. Daher muss die Drehmomentenmesswelle bezüglich ihrer Festigkeit neu bewertet werden. Die Messwelle ist in Bild 5-1 dargestellt:

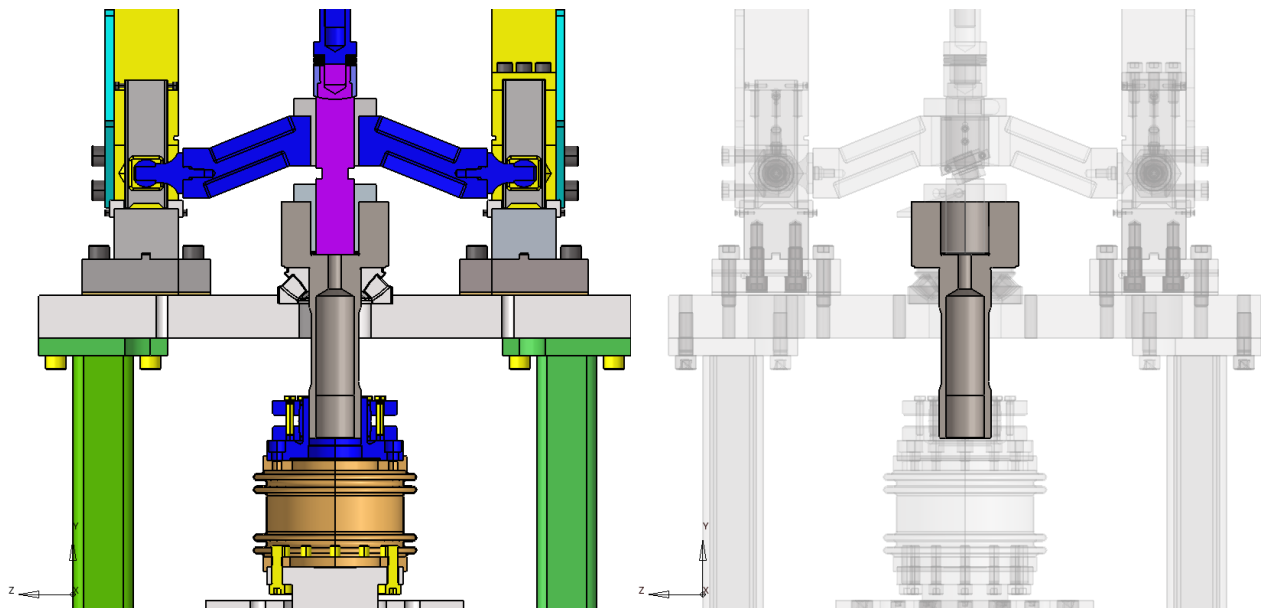


Bild 5-1: Position der Messwelle

5.1 Modellbeschreibung Festigkeitsnachweis der Messwelle

Das FE-Modell für den Festigkeitsnachweis der Messwelle muss wesentlich feiner als das Gesamtmodell des Prüfstands vernetzt werden, um Aussagen bezüglich der Festigkeit treffen zu können. Ein feineres Netz ermöglicht eine genauere Auflösung von im Bauteil auftretenden Spannungsgradienten. Dadurch wird die korrekte an der Bauteiloberfläche auftretende mechanische Spannung ermittelt [16]. Das Modell besteht aus der Messwelle, einem Ausschnitt der hydraulischen Spannbuchse, dem Oberteil des Pendelrollenlagers zur Messwelle hin, einem Ausschnitt des Flanschs für die Drehmomenteinleitung, dem oberen Klemmteil, dem unteren Klemmteil und dem Spannkeil. Das Modell wird mit linearen Hexaeder- und Pentaeder-Elementen vernetzt und ist in Bild 5-2 dargestellt. Die Drehmoment- und Normalkrafteinleitung erfolgt über ein RBE3-Element verbunden mit der Innenseite des

Spannbuchsenausschnitts. Die Abstützung der Normalkraft erfolgt über die obere Anlagefläche des Pendelrollenlagers zur Messwelle hin. Der Ausschnitt des Pendelrollenlagers ist im Bereich der Lauffläche mit einem RBE2-Element verbunden, dessen Referenzknoten in Messwellenlängsrichtung (global y) gesperrt ist. Die restliche Lagerung erfolgt über ein RBE2-Element, angebunden an der Unterseite des Ausschnitts des Flanschs zur Drehmomenteinleitung.

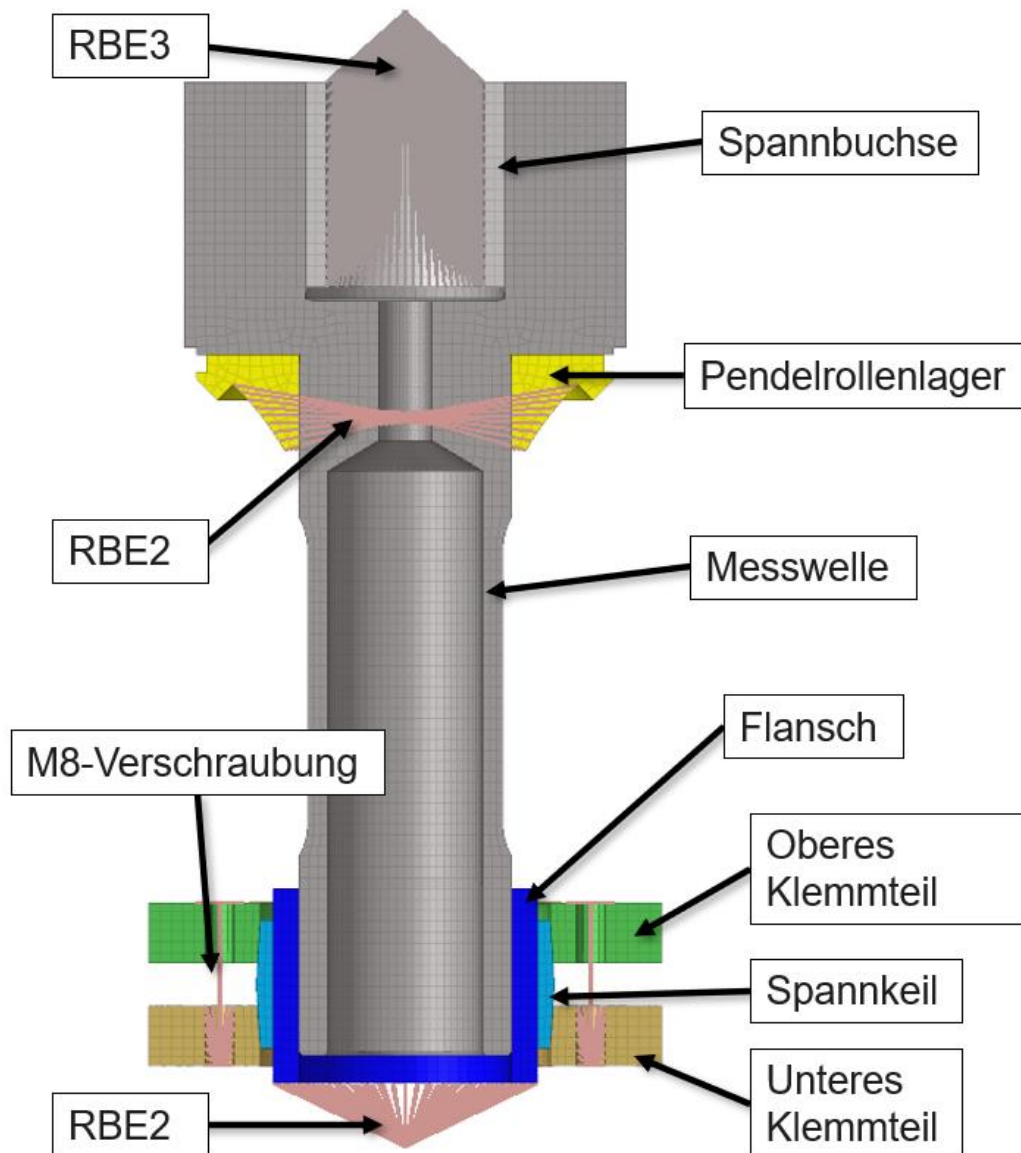


Bild 5-2: Modell Messwelle für Festigkeitsnachweis

Für den realen Prüfstandsbetrieb werden die Reibwertprobenkörper mit hydraulischen Spannbuchsen verspannt. Die hydraulische Spannbuchse im oberen Bereich der Messwelle entwickelt dann eine Flächenpressung von $p \approx 80 \frac{N}{mm^2}$ [24]. Diese Pressung wird in

ABAQUS über ein Übermaß eingestellt, sodass die Flächenpressung in diesem Bereich in etwa $80 \frac{N}{mm^2}$ entspricht. Dadurch kann die Last realistisch in das Modell eingebracht werden. Im unteren Bereich der Messwelle liegt eine Klemmverbindung. Das obere Klemmteil und das untere Klemmteil wird durch eine Verschraubung zusammengezogen. Ein Spannkeil verklemmt dann den Flansch der Drehmomenteinleitung gegen die Messwelle und sorgt für eine kraftschlüssige Verbindung. Der Reibwert für die Kontaktbereiche zwischen Spannbuchse an Messwelle, Flansch an Messwelle und Spannkeil an Flansch wird auf $\mu = 0,35$ eingestellt, da es bei der Berechnung andernfalls zu einem Rutschen der Messwelle aus der Spannbuchse kommt. Dieser Wert weicht von dem Reibwert für die übrigen Kontaktbereiche deutlich ab. Die Annahme eines höheren Reibwertes ist in diesem Fall zulässig, da anzunehmen ist, dass der Reibwert sich mit der Zeit infolge von Mikrobewegungen erhöht [16], [11], Kap. 10.4. Den übrigen Kontaktbereichen wird ein Reibwert von $\mu = 0,12$ zugewiesen. Die Kontaktbereiche sind in Bild 5-3 dargestellt:

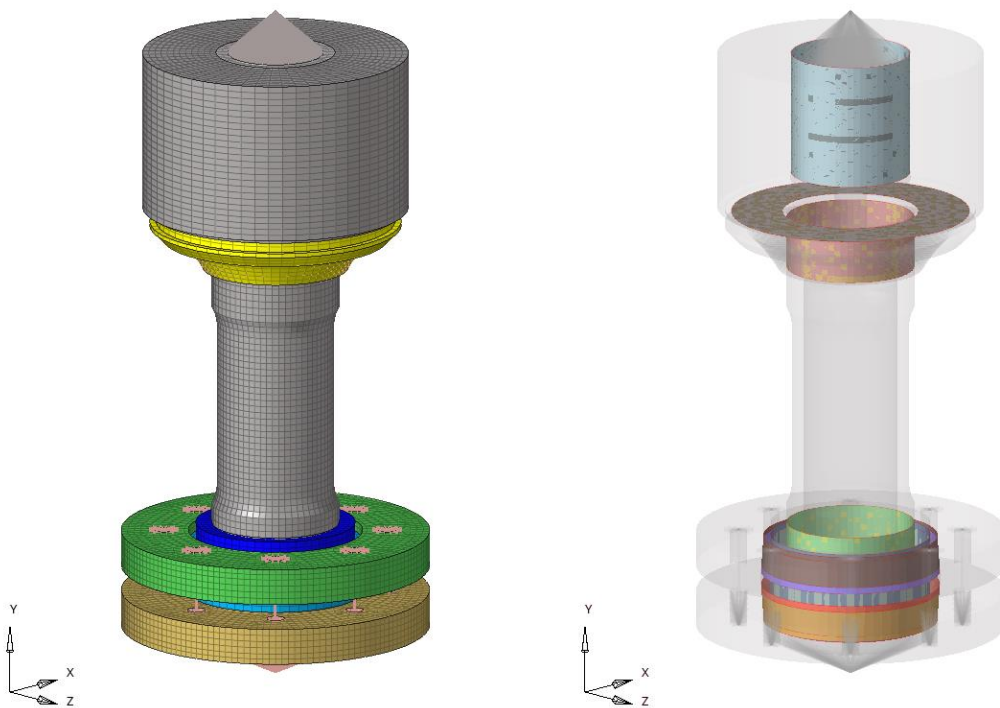


Bild 5-3: Kontaktbereiche Modell Messwelle für Festigkeitsnachweis

Im Folgenden wird die Reihenfolge beschrieben:

- Im ersten Step wird das Übermaß auf den Kontaktbereich zwischen Spannbuchse und Messwelle aufgebracht, sowie die Vorspannkräfte auf die Verschraubung des Spannkeils.

- Im zweiten Step wird die Normalkraft von $F_N = 200.000 \text{ N}$ aufgebracht.
- Im dritten Step wird das Proben-Reib-Moment von $T_R = 5.833.333 \text{ Nmm}$ aufgebracht.

5.2 Ausgangspunkt Festigkeitsnachweis

Ausgangspunkt des Festigkeitsnachweis bilden die Ergebnisse der FE-Berechnung. Die Messwelle wird im Modell insgesamt durch die Normalkraft und das Torsionsmoment belastet. Die Normalkraft wird über das Pendelrollenlager abgefangen. Im Nachweisbereich wirkt größtenteils Spannung infolge des Torsionsmoments. Die maximale Von-Mises-Vergleichsspannung $\sigma_V = 537 \text{ MPa}$ sowie deren Hauptspannungskomponenten sind in Bild 5-4 dargestellt.

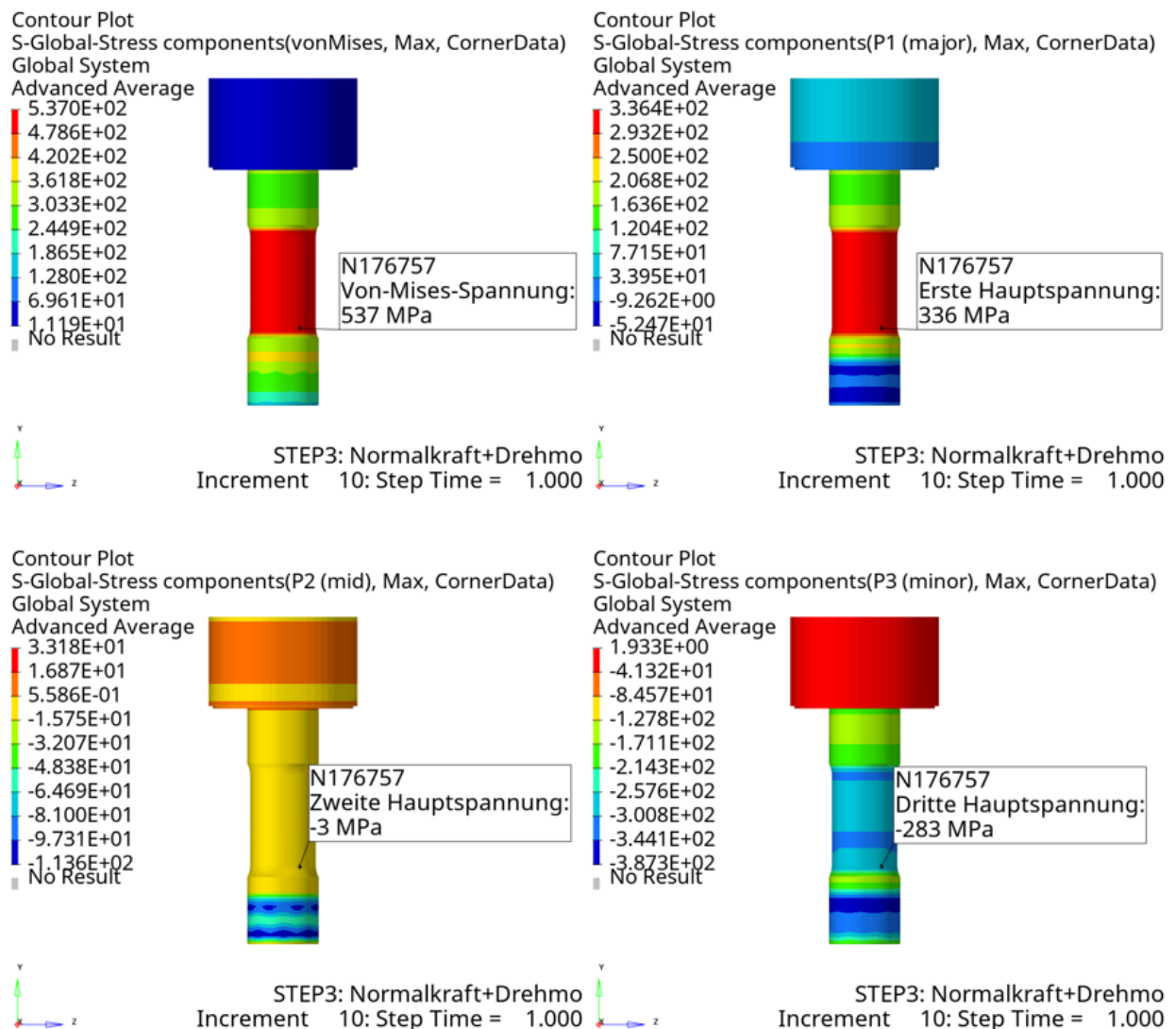


Bild 5-4: Maximale Von-Mises-Spannung im Nachweisbereich samt Hauptspannungen

Der Werkstoff der Messwelle ist der Einsatzstahl 16MnCr5 im gehärteten Zustand [16]. Die Kennwerte des Werkstoffs sind in der Tabelle 5-1 dargestellt. Die darin enthaltenen Festigkeitskennwerte beziehen sich auf eine Referenzprobe [3], Kap. 1.2.1.1.

Tabelle 5-1: Festigkeits-(Norm-)Kennwerte Messwellenwerkstoff [3] Tabelle 5.1.5

Sorte	Werkst. Nr.	$R_{m,N}$	$R_{e,N}$	A_N	$d_{eff,N,m}$	$d_{eff,N,p}$	$d_{eff,N,A}$	$a_{d,m}$	$a_{d,p}$	$a_{d,A}$
16MnCr5	1.7131	1000 MPa	695 MPa	9 %	16 mm	16 mm	11 mm	0,44	0,44	-0,40

Die tatsächlich in Nachweisbereich vorliegenden Festigkeitskennwerte müssen mit Hilfe der technologischen Größeneinflussfaktoren sowie dem Anisotropiefaktor berechnet werden. Die Formeln sind im Folgenden dargestellt:

$$R_m = K_{d,m} * K_A * R_{m,N} \quad (42)$$

$$R_p = K_{d,p} * K_A * R_{p,N} \quad (43)$$

$$A = K_{d,A} * A_N \quad (44)$$

Für die Berechnung der technologischen Größenfaktoren wird der effektive Durchmesser d_{eff} benötigt. Im Nachweisbereich ergibt sich der effektive Durchmesser, da es sich um einen einsatzgehärteten Einsatzstahl handelt, zu [3], Kap. 1.2.1.5:

$$d_{eff} = d_a - d_i = 11,2 \text{ mm} \quad (45)$$

Der effektive Durchmesser liegt damit unter dem effektiven Durchmesser der Referenzprobe für Streckgrenze und Zugfestigkeit, er liegt knapp oberhalb des effektiven Durchmessers der Referenzprobe bezüglich Bruchdehnung. Daher werden die technologischen Größenfaktoren $K_{d,m}$, $K_{d,p}$ und $K_{d,A}$ zu 1 angenommen [3], Kap. 1.2.1.4. Da die Festigkeitskennwerte aus der FKM-Richtlinie Kapitel 5 entnommen wurden, ergibt sich der Anisotropiefaktor K_A ebenfalls zu 1 [3], Kap. 1.2.1.6.

Die in der Messwelle sich ggf. auftretenden Temperaturen werden als zu vernachlässigend angenommen [3], Kap.1.2.1.8. Die Festigkeitskennwerte ergeben sich daher zu:

$$R_m = 1 * 1 * 1000 \text{ MPa} = 1000 \text{ MPa} \quad (46)$$

$$R_p = 1 * 1 * 695 \text{ MPa} = 695 \text{ MPa} \quad (47)$$

$$A = 1 * 9 \% = 9 \% \quad (48)$$

5.3 Statischer Festigkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen (FKM)

Für den statischen Festigkeitsnachweis wird die statische Bauteilfestigkeit σ_{SK} benötigt. Sie stellt die maximal ertragbare Vergleichsspannung im Nachweispunkt dar. Sie errechnet sich aus der Streckgrenze des Werkstoffs R_p und der plastischen Stützzahl n_{pl} [3], Kap. 3.4.1:

$$\sigma_{SK} = R_p * n_{pl} \quad (49)$$

Bei der Belastung eines Bauteils kann das Versagen durch zwei verschiedene Mechanismen entstehen: die (lokale) Überschreitung der maximalen ertragbaren Dehnung bis zum Riss oder ein Durchplastifizieren des Bauteils über einen Bauteilquerschnitt [3], Kap. 3.3.1.1. Beim Erreichen einer Vergleichsspannung in der Höhe von R_p ist nicht automatisch von einem Bauteilversagen auszugehen, da die Überschreitung meist nur lokal begrenzt auftritt [25], S.62-63. Dieses Ausnutzen von Tragreserven wird durch die plastische Stützzahl n_{pl} abgebildet [3], Kap. 3.3.0. Es gilt ein Doppelkriterium [3], Kap.3.3.1.1:

$$n_{pl} = \text{MIN}\left(\sqrt{E * \frac{\varepsilon_{ertr}}{R_p}}; f_R * K_p\right) \quad (50)$$

Der Term $\sqrt{E * \frac{\varepsilon_{ertr}}{R_p}}$ beschreibt dabei die Tragreserve infolge des Ausnutzens der Stützwirkung bei einem lokal begrenzten Plastifizieren. Bei einer Überschreitung der Bauteilfestigkeit käme es zu einem lokalen Anriss. Der Term $f_R * K_p$ hingegen beschreibt die Tragreserve bezüglich eines Durchplastifizierens eines Bauteilquerschnitts [3], Kap.3.3.1.1.

Die Größe ε_{ertr} ist die ertragbare Gesamtdehnung. Da es sich um einen einsatzgehärteten Werkstoff handelt beträgt die ertragbare Dehnung $\varepsilon_{ertr} = 1 \%$ [3], Kap.3.3.1.1. Die plastische Formzahl K_p beschreibt das Verhältnis aus vollplastischer Traglast und elastischer Grenzlast. Die vollplastische Traglast ist die Last, bei der der Querschnitt des Bauteils im Nachweisbereich vollständig durchplastifiziert. Die elastische Grenzlast ist die Last, bei der die maximale Vergleichsspannung im Nachweisbereich die Streckgrenze R_p erreicht. Für

die Ermittlung dieser Lasten wird im FE-Programm elastisch-ideal-plastisches Materialverhalten angesetzt, d.h. nach Überschreiten der Streckgrenze beträgt der E-Modul gleich null, mit Erhöhung der Dehnung erfolgt keine weitere Erhöhung der Spannung. Der Verfestigungsfaktor f_R berücksichtigt eine sich in der Realität einstellende Verfestigung des Materials und gleicht damit das ideal-plastische Materialverhalten teilweise aus [3], Kap.3.3.1.1; [25], Kap.4.3.2. Er errechnet sich zu:

$$f_R = 0,5 * \left(1 + \frac{R_m}{R_p}\right) = 0,5 * \left(1 + \frac{1000 \text{ MPa}}{695 \text{ MPa}}\right) \approx 1,22 \quad (51)$$

Für die Ermittlung der Traglasten wurde das bestehende FE-Modell der Messwelle leicht modifiziert. Es wurde elastisch-ideal-plastisches Materialverhalten mit einer Streckgrenze von $R_p = 695 \text{ MPa}$ für die Messwelle definiert. Da der Reibwert im Bereich der Spannbuchse und im Bereich der Schrauben-Spannkeil-Klemmung nicht ausreichen würde für eine Momentenübertragung wurde dieser auf $\mu = 0,5$ erhöht. Das Drehmoment in Step 3 wird auf $T_R = 10.000 \text{ Nm}$ erhöht. Die Ergebnisse sind in Bild 5-5 dargestellt.

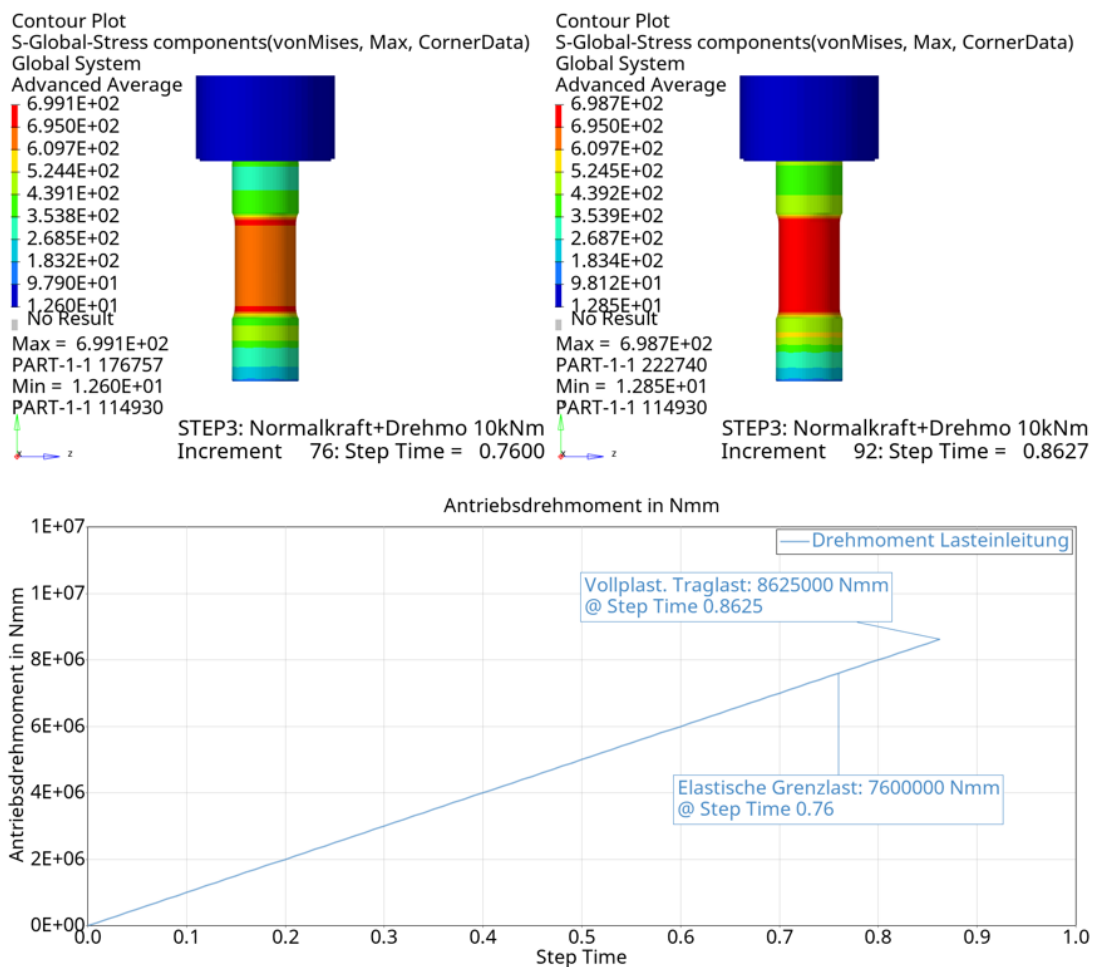


Bild 5-5: Berechnungsergebnisse Ermittlung plastische Formzahl

Aus den Ergebnissen der FE-Berechnung ergibt sich die plastische Formzahl K_p zu [3], Kap.3.3.1.1.:

$$K_p = \frac{\text{vollplastische Traglast}}{\text{elastische Grenzlast}} = \frac{8.625.000 \text{ Nmm}}{7.600.000 \text{ Nmm}} \approx 1,13 \quad (52)$$

Die plastische Stützzahl berechnet sich daher zu:

$$n_{pl} = \text{MIN} \left(\sqrt{210.000 \text{ MPa} * \frac{0,01}{695 \text{ MPa}}}; 1,22 * 1,13 \right) = \text{MIN}(1,74; 1,38) \quad (53)$$

$$= 1,38$$

Ein statisches Bauteilversagen tritt eher in Folge eines Durchplastifizierens der Messwelle als durch ein lokal begrenztes Plastifizieren und Anreißen des Bauteils auf. Dies war aufgrund der dünnwandigen Gestaltung der Messwelle im Nachweisbereich zu erwarten.

Die statische Bauteilfestigkeit berechnet sich nun zu:

$$\sigma_{SK} = R_p * n_{pl} = 695 \text{ MPa} * 1,38 \approx 961,8 \text{ MPa} \quad (54)$$

Für die Berechnung des Vergleichsauslastungsgrads a_{SK} wird der Gesamtsicherheitsfaktor j_{ges} benötigt. Da für den Festigkeitsnachweis Temperatureinflüsse nicht berücksichtigt werden ergibt sich j_{ges} zu [3], Kap. 3.5.2:

$$j_{ges} = j_s * \text{MAX} \left\{ j_m * \frac{R_p}{R_m}; j_p \right\} \quad (55)$$

Hierbei ist j_s der Lastfaktor, er deckt eine eventuelle Unsicherheit bei der Lastannahme ab [3], Kap.3.5.0. Er wird zu $j_s = 1$ angenommen. Der Grundsicherheitsfaktor gegen Bruch j_m und der Grundsicherheitsfaktor gegen Fließen j_p ergeben sich nach der FKM-Richtlinie zu $j_m = 1,75$ und $j_p = 1,3$ [3] Tabelle 3.5.1. Dabei wird angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten der Belastung hoch ist, die Schadensfolgen allerdings als niedrig anzusehen sind. Der Gesamtsicherheitsfaktor j_{ges} berechnet sich zu:

$$j_{ges} = 1 * \text{MAX} \left\{ 1,75 * \frac{695 \text{ MPa}}{1.000 \text{ MPa}}; 1,3 \right\} = 1,3 \quad (56)$$

Damit kann nun der Vergleichsauslastungsgrad bestimmt werden [3], Kap. 3.5.2:

$$a_{SK} = \frac{\sigma_V}{\sigma_{SK}/j_{ges}} = \frac{537 \text{ MPa}}{961,8 \text{ MPa}/1,3} = 0,73 \leq 1 \quad (57)$$

Der Auslastungsgrad a_{SK} liegt unter 1. Der statische Festigkeitsnachweis gilt als erfüllt. Da sich die maximale Spannung an einer unbelasteten Bauteiloberfläche befindet, darf auf eine Kontrolle der Mehrachsigkeit verzichtet werden [3], Kap. 3.6.1.2.

5.4 Ermüdungsfestigkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen (FKM)

Im Folgenden wird angenommen, dass die Messwelle mit dem Drehmoment aus dem statischen Festigkeitsnachweis dauerhaft und wechselnd belastet wird. Durch eine Hauptachsentransformation wird die Schubbelastung senkrecht zur Wellenachse in Haupt-(Normal)-Spannungen überführt. Mit diesen wird der Nachweis geführt [22]; [25], S.79. Die Vergleichsspannung und deren Hauptspannungskomponenten am Nachweispoint sind in Bild 5-4 dargestellt. Der Ermüdungsfestigkeitsnachweis erfolgt anhand der Hauptspannungen. Für die Bewertung der Ermüdungsfestigkeit der Messwelle wird im ersten Schritt die Werkstoff-Wechselfestigkeit benötigt. Mit Hilfe des Zug-Druck-Wechselfestigkeitsfaktors $f_{W,\sigma}$ kann aus der Zugfestigkeit R_m des Bauteils die Zug-Druck-Wechselfestigkeit $\sigma_{W,zd}$ berechnet werden [3], Kap.4.2.1.1. Der Faktor für Einsatzstahl beträgt $f_{W,\sigma} = 0,4$ [3], Kap.4.2.1.2

$$\sigma_{W,zd} = f_{W,\sigma} * R_m = 0,4 * 1000 \text{ MPa} = 400 \text{ MPa} \quad (58)$$

Nach FKM-Richtlinie sind alle Hauptspannungskomponenten ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) separat zu bewerten. Die zweite Hauptspannung $\sigma_2 = -2 \text{ MPa}$ wird aufgrund der Größe vernachlässigt. Es liegt damit ein ebener Spannungszustand vor. Für die Berechnung der Bauteil-Wechselfestigkeits $\sigma_{WK,i}$ werden die Konstruktionsfaktoren $K_{WK,\sigma,i}$ benötigt [3], Kap.4.4.1.1. Die Konstruktionsfaktoren berechnen sich nach [3], Kap.4.3.1.1:

$$K_{WK,\sigma,i} = \frac{1}{n_{\sigma,i}} \left[1 + \frac{1}{\tilde{K}_{f,\sigma,i}} * \left(\frac{1}{K_{R,\sigma}} - 1 \right) \right] * \frac{1}{K_V * K_S * K_{NL,E}} \quad (59)$$

In einem gekerbten Bauteil treten höhere Maximalspannungen auf als bei einem vergleichbaren ungekerbten Bauteil. Diese Erhöhung wird durch die Formzahl beschrieben [26] S.45. Die Stützwirkung nach Siebel und Stieler kann anhand des Spannungsgefälles berechnet werden [3], Kap.4.3.1.3.1. Dafür werden die Hauptspannungswerte am Knoten des Nachweispoints $\sigma_{1a,i}$, die Hauptspannungswerte an einem senkrecht zur Bauteiloberfläche (am Nachweispoint) stehenden Knoten $\sigma_{2a,i}$, sowie der Abstand Δs zwischen den Knoten benötigt. Das Spannungsgefälle berechnet sich zu [3], Kap.4.3.1.3.3:

$$G_{\sigma,i} = \frac{1}{\Delta s} * \left(1 - \frac{\sigma_{2a,i}}{\sigma_{1a,i}} \right) \quad (60)$$

Die Hauptspannungen am Nachweispunkt $\sigma_{1a,i}$, und die Hauptspannungen $\sigma_{2a,i}$ senkrecht dazu sind in Bild 5-6 dargestellt:

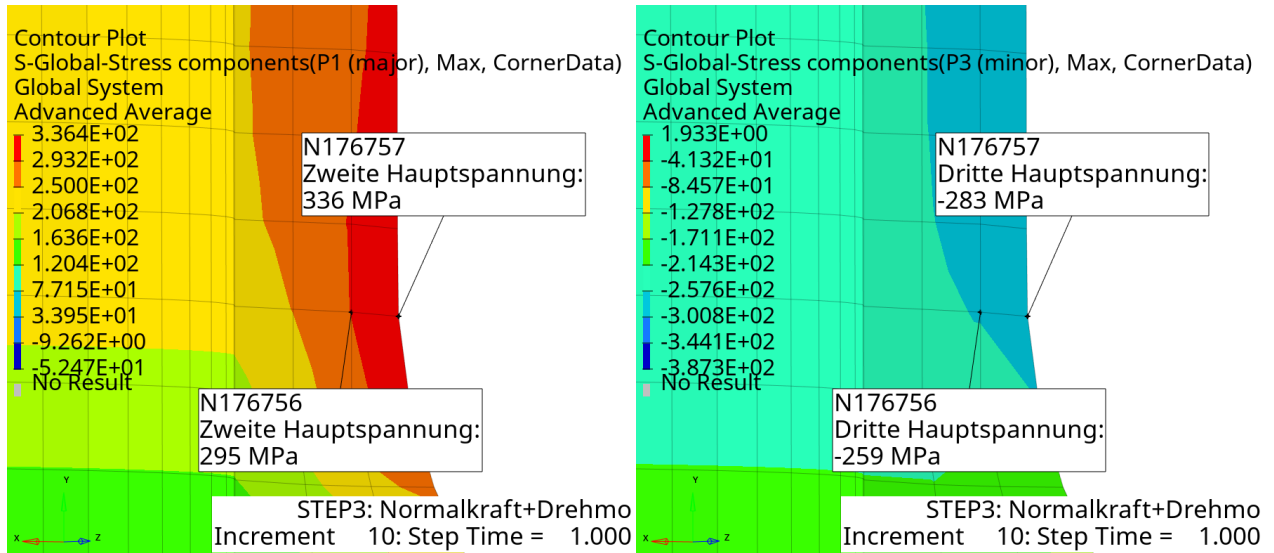


Bild 5-6: Berechnungsergebnisse Spannungsgradient am Nachweispunkt

Mit einem Abstand zwischen den Knoten von $\Delta s = 1,624 \text{ mm}$ errechnen sich die Spannungsgradienten zu:

$$G_{\sigma,1} = \frac{1}{\Delta s} * \left(1 - \frac{\sigma_{2a,1}}{\sigma_{1a,1}} \right) = \frac{1}{1,624 \text{ mm}} * \left(1 - \frac{295 \text{ MPa}}{336 \text{ MPa}} \right) = 0,075 \text{ mm}^{-1} \quad (61)$$

$$G_{\sigma,3} = \frac{1}{\Delta s} * \left(1 - \frac{\sigma_{2a,3}}{\sigma_{1a,3}} \right) = \frac{1}{1,624 \text{ mm}} * \left(1 - \frac{-259 \text{ MPa}}{-283 \text{ MPa}} \right) = 0,052 \text{ mm}^{-1} \quad (62)$$

Da die Spannungsgradienten $G_{\sigma,i}$ kleiner als $0,1 \text{ mm}^{-1}$ sind ergeben sich die Stützzahlen $n_{\sigma,i}$ zu [3], Kap. 4.3.1.3.1:

$$n_{\sigma,i} = 1 + G_{\sigma,i} * \text{mm} * 10^{-\left(\frac{R_m}{2700 \text{ MPa}}\right)} \quad (63)$$

$$n_{\sigma,1} = 1 + 0,075 \text{ mm}^{-1} * \text{mm} * 10^{-\left(\frac{1000 \text{ MPa}}{2700 \text{ MPa}}\right)} = 1,032 \quad (64)$$

$$n_{\sigma,3} = 1 + 0,052 \text{ mm}^{-1} * \text{mm} * 10^{-\left(\frac{1000 \text{ MPa}}{2700 \text{ MPa}}\right)} = 1,022 \quad (65)$$

Der Schätzwert der Kerbwirkungszahl $\tilde{K}_{f,\sigma,i}$ berücksichtigt das Verhältnis aus Form- und Stützzahl: Für den Schätzwert der Kerbwirkungszahl $\tilde{K}_{f,\sigma,i}$ gilt wieder ein Doppelkriterium [3], Kap. 4.3.1.2:

$$\tilde{K}_{f,\sigma,i} = \text{MAX}\left(\frac{K_{t,\sigma,i}}{n_{\sigma,i}}; 1\right) \quad (66)$$

Hintergrund: Die Spannungserhöhung aufgrund der Formzahl $K_{t,\sigma,i}$ wirkt sich wegen der Stützwirkung $n_{\sigma,i}$ nicht in gleichem Maße auf die Dauerfestigkeit $\sigma_{WK,i}$ aus [26] S.45-46.

In dem vorliegenden Beispiel eines Ermüdungsfestigkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen kann die Formzahl $K_{t,\sigma,i}$ mit Hilfe des Spannungsgradienten an einer Ersatzstruktur abgeschätzt werden [3], Kap. 4.3.1.2:

$$K_{t,\sigma,i} = \text{MAX}\left(1,164 * \left(\frac{d_{eff}/2}{2/G_{\sigma,i}}\right)^{0,36}; 1\right) \quad (67)$$

$$K_{t,\sigma,1} = \text{MAX}\left(1,164 * \left(\frac{11,2 \text{ mm}/2}{2/0,075 \text{ mm}^{-1}}\right)^{0,36}; 1\right) = \text{MAX}(0,66; 1) = 1 \quad (68)$$

$$K_{t,\sigma,3} = \text{MAX}\left(1,164 * \left(\frac{11,2 \text{ mm}/2}{2/0,052 \text{ mm}^{-1}}\right)^{0,36}; 1\right) = \text{MAX}(0,58; 1) = 1 \quad (69)$$

Damit ergeben sich die Faktoren $\tilde{K}_{f,\sigma,1}$ und $\tilde{K}_{f,\sigma,3}$ zu [3], Kap. 4.3.1.2:

$$\tilde{K}_{f,\sigma,1} = \text{MAX}\left(\frac{1}{1,032}; 1\right) = 1 \quad (70)$$

$$\tilde{K}_{f,\sigma,3} = \text{MAX}\left(\frac{1}{1,022}; 1\right) = 1 \quad (71)$$

Ausgangspunkt für die Rissbildung ist meist die Bauteiloberfläche, da hier in der Regel die höchsten mechanischen Spannungen auftreten [26] S.52. Der Einfluss der Rauheit an der Bauteiloberfläche wird in der FKM-Richtlinie durch den Faktor $K_{R,\sigma}$ berücksichtigt [3], Kap.4.3.1.4. Eine größere Rautiefe wirkt sich dauerfestigkeitsmindernd aus, je nach Rauigkeit liegen in der Bauteiloberfläche tiefere oder flachere Mikrokerben vor, welche sich spannungserhöhend auswirken und als Ausgangspunkt für Anrissstellen dienen. Der Einfluss dieser Mikrokerben wirkt sich weiterhin umso stärker aus, je höher die Festigkeit des Bauteils ist [26] S.53. Als mittlere Rauheit für Längsdrehen wird $R_z = 16 \mu\text{m}$ angenommen [27] I 2/9. Damit errechnet sich $K_{R,\sigma}$ für Stahl zu [3], Kap. 4.3.1.4:

$$\begin{aligned}
 K_{R,\sigma} &= 1 - 0,22 * \lg\left(\frac{Rz}{\mu m}\right) * \lg\left(\frac{2 * Rm}{400 MPa}\right) \\
 &= 1 - 0,22 * \lg\left(\frac{16 \mu m}{\mu m}\right) * \lg\left(\frac{2 * 1000 MPa}{400 MPa}\right) = 0,81
 \end{aligned}
 \tag{72}$$

Hinweis: Gemäß FKM-Richtlinie ist der Oberflächenfaktor $K_{R,\sigma}$ für randschichtgehärtete Bauteile ungünstiger (niedriger) als für nicht gehärtete Bauteile anzusetzen, aufgrund der höheren Zugfestigkeit am Rand als im Kern [3], Kap. 4.3.1.4. Aufgrund der im Nachweis-punkt vergleichsweise dünnen Bauteildicke wird angenommen, dass die Randschichtfestigkeitskennwerte auch im Kern gelten.

Der Faktor K_V berücksichtigt den Einfluss einer Randschichtverfestigung [3], Kap. 4.3.3.1. Die Messwelle ist im Nachweis-punkt gehärtet. Ein Härten sorgt für Druckeigen-spannungen im Randbereich. Diese Druckeigen-spannungen wirken sich positiv auf die Dauerfestigkeit aus, da sie ein Risswachstum durch Schließen der Risse (infolge der Druckspannung) be-hindern [26] S.60. Dies steht im gewissen Maße im Widerspruch zur vorangegangenen Annahme, als dass die Festigkeitskennwerte im Kern auch denen in der Randschicht ent-sprechen aufgrund der dünnen Bauteildicke. Eine über die Dicke konstante Druckeigen-spannung kann sich nicht ausbilden. Dennoch wird angenommen, dass im Randbereich eine Druckeigen-spannung vorliegt, da dieser Bereich beim Härten stärker abgekühlt wird als der Kern. Für nicht gekerbte Bauteile im Dickenbereich zwischen 8 – 15 mm schreibt die FKM-Richtlinie Werte für K_V zwischen $K_V = 1,2 - 2,0$ vor [3] Tabelle 4.3.7. Es wird der Mittelwert $K_V = 1,6$ angenommen.

Der Schutzschichtfaktor K_S wird zu $K_S = 1$ angenommen, da keine Schutzschicht auf die Messwelle im Nachweisbereich aufgebracht wird [3], Kap.4.3.4. Der Faktor $K_{NL,E}$ berück-sichtigt das nicht linear-elastische Verformungsverhalten von Gusseisen mit Lamellen-Gra-phit (GJL) infolge von Biegung. Er ist für alle Werkstoffe außer GJL mit $K_{NL,E} = 1$ anzuset-zen [3] Kap 4.3.5. Damit ergeben sich die Konstruktionsfaktoren $K_{WK,\sigma,1}$ und $K_{WK,\sigma,3}$ zu:

$$\begin{aligned}
 K_{WK,\sigma,1} &= \frac{1}{n_{\sigma,1}} \left[1 + \frac{1}{\tilde{K}_{f,\sigma,1}} * \left(\frac{1}{K_{R,\sigma}} - 1 \right) \right] * \frac{1}{K_V * K_S * K_{NL,E}} \\
 &= \frac{1}{1,032} \left[1 + \frac{1}{1} * \left(\frac{1}{0,81} - 1 \right) \right] * \frac{1}{1,6 * 1 * 1} = 0,74
 \end{aligned}
 \tag{73}$$

$$\begin{aligned}
K_{WK,\sigma,3} &= \frac{1}{n_{\sigma,3}} \left[1 + \frac{1}{\bar{K}_{f,\sigma,3}} * \left(\frac{1}{K_{R,\sigma}} - 1 \right) \right] * \frac{1}{K_V * K_S * K_{NL,E}} \\
&= \frac{1}{1,022} \left[1 + \frac{1}{1} * \left(\frac{1}{0,81} - 1 \right) \right] * \frac{1}{1,6 * 1 * 1} = 0,75
\end{aligned} \tag{74}$$

Die Bauteil-Wechselfestigkeiten $\sigma_{WK,1}$ und $\sigma_{WK,3}$ berechnen sich damit zu [3], Kap.4.4.1.1:

$$\sigma_{WK,1} = \sigma_{W,zd} / K_{WK,\sigma,1} = 400 \text{ MPa} / 0,74 = 538,2 \text{ MPa} \tag{75}$$

$$\sigma_{WK,3} = \sigma_{W,zd} / K_{WK,\sigma,3} = 400 \text{ MPa} / 0,75 = 533,1 \text{ MPa} \tag{76}$$

Aufgrund der im Nachweisbereich vorliegenden rein-wechselnden Torsionsbeanspruchung wird angenommen, dass das Spannungsverhältnis R für die beiden betrachteten Hauptspannungen bei $R = -1$ liegt. Die Hauptspannungen σ_i aus Bild 5-6 entsprechen damit der Spannungsamplitude $\sigma_{a,i}$, die Mittelspannung σ_m liegt bei null. Daher wird der Mittelspannungsfaktor zu $K_{AK,\sigma,i} = 1$ angenommen [3], Kap.4.4.2.2. Damit ergeben sich die Werte für die Bauteil-Dauerfestigkeiten $\sigma_{AK,1}$ und $\sigma_{AK,3}$ zu [3], Kap. 4.4.2.1:

$$\sigma_{AK,1} = K_{AK,\sigma,1} * \sigma_{WK,1} = 1 * 538,2 \text{ MPa} = 538,2 \text{ MPa} \tag{77}$$

$$\sigma_{AK,3} = K_{AK,\sigma,3} * \sigma_{WK,3} = 1 * 533,1 \text{ MPa} = 533,1 \text{ MPa} \tag{78}$$

Der Betriebsfestigkeitsfaktor $K_{BK,\sigma,i}$ berücksichtigt die Bauteilnutzungsdauer [3], Kap. 4.4.3.0. Die Messwelle ist als dauerhaft (keine begrenzte Nutzungsdauer) auszulegen. Damit ergeben sich die Faktoren $K_{BK,1}$ und $K_{BK,3}$ zu eins [3], Kap. 4.4.3.5.1. Die Bauteil-Betriebsfestigkeiten entsprechen damit den Bauteil-Dauerfestigkeiten:

$$\sigma_{BK,1} = K_{BK,\sigma,1} * \sigma_{AK,1} = 1 * 538,2 \text{ MPa} = 538,2 \text{ MPa} \tag{79}$$

$$\sigma_{BK,3} = K_{BK,\sigma,3} * \sigma_{AK,3} = 1 * 533,1 \text{ MPa} = 533,1 \text{ MPa} \tag{80}$$

Für die Berechnung der zyklischen Auslastungsgrade $a_{BK,i}$ wird der Gesamtsicherheitsfaktor j_D benötigt. Da für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis Temperatureinflüsse nicht berücksichtigt werden ergibt sich j_D zu [3], Kap. 4.5.1:

$$j_D = j_S * j_F \tag{81}$$

Der Lastannahmen-Unsicherheitsfaktor j_S wird wie in Kapitel 5.3 zu $j_S = 1$ angenommen. Der Materialsicherheitsfaktor gegen Ermüdung j_F ergibt sich nach der FKM-Richtlinie zu $j_F = 1,2$ [3] Tabelle 4.5.1. Dabei wird angenommen, dass die Messwelle einer regelmäßigen

Inspektion unterzogen wird und die ggf. eintretenden Schadensfolgen als niedrig einzustufen sind. Der Gesamtsicherheitsfaktor j_D berechnet sich zu:

$$j_D = 1 * 1,2 = 1,2 \quad (82)$$

Damit können nun die zyklischen Auslastungsgrade $a_{BK,1}$ und $a_{BK,3}$ berechnet werden [3], Kap. 4.6.1.0:

$$a_{BK,\sigma,1} = \frac{\sigma_1}{\sigma_{BK,1}} * j_D = \frac{336 \text{ MPa}}{538,2 \text{ MPa}} * 1,2 = 0,75 \quad (83)$$

$$a_{BK,\sigma,3} = \frac{\sigma_3}{\sigma_{BK,1}} * j_D = \frac{-283 \text{ MPa}}{533,1 \text{ MPa}} * 1,2 = -0,64 \quad (84)$$

Da die Messwelle im Nachweispunkt gehärtet ist und die mechanische Spannung in Hauptspannungen eines in Annahme ebenen Spannungszustands vorliegen ergibt sich der zyklische Vergleichsauslastungsgrad $\sigma_{BK,\sigma,v}$ zu [3], Kap. 4.6.2.1:

$$\begin{aligned} \sigma_{BK,\sigma,v} &= \frac{1}{2} * [|a_{BK,\sigma,1} + a_{BK,\sigma,3}| + |a_{BK,\sigma,1} - a_{BK,\sigma,3}|] \\ &= \frac{1}{2} * [|0,75 + (-0,64)| + |0,75 - (-0,64)|] = 0,75 \leq 1 \end{aligned} \quad (85)$$

Der zyklische Vergleichsauslastungsgrad ist größer als eins. Der Ermüdungsfestigkeitsnachweis gilt als erbracht.

6 Zusammenfassung

Thema dieser Arbeit ist die Auslegung und Optimierung eines Prüfstandes zur Ermittlung von Reibbeiwerten und Verschleißkenngrößen. Hauptschwerpunkte dieser Arbeit sind die Auslegung des elektrischen Antriebes, die FE-Simulation des Spannungs- und Verformungsverhaltens unter definierten Lasten, die Optimierung / konstruktive Anpassung zur Minimierung unerwünschter Relativbewegungen und ein Festigkeitsnachweis für ausgewählte Bauteile.

In der Einleitung wird das Phänomen der Reibung kurz zusammengefasst sowie die Notwendigkeit tribologischer Untersuchungen begründet. Anschließend werden die theoretischen Grundlagen der Reibwertmessung durch den Reibwertprüfstand HRP2500 der TU-Chemnitz und die zur Simulation genutzte FEM erläutert. Im Kapitel der Antriebsauslegung wird eine mögliche Substitution der bestehenden hydraulischen Drehmomenteinleitung durch einen E-Antrieb mit einer verbundenen Steigerung des möglichen Reib-Dreh-Moments erörtert. Im Hauptteil wird das Modell zur Untersuchung des Verformungsverhaltens beschrieben, das Verformungsverhalten verschiedener Modellvarianten untersucht und Maßnahmen zur Verbesserung des Verformungsverhaltens des Reibwertprüfstands entwickelt. Es zeigt sich, dass das Verkippen des Reibwertprüfstands vermutlich infolge der Montage der M24-Schraubverbindung des oberen Deckprofils verursacht wird. Die hohle Struktur des oberen Deckprofils reagiert empfindlich auf eine Schwankung der Montagevorspannkraft. Mit dem Einsetzen von Einschweißhülsen in das hohle Deckprofil kann die Nachgiebigkeit im Verschraubungsbereich erheblich gesenkt werden. Dadurch wirkt sich eine mögliche Schwankung der Montagevorspannkraft geringer aus. In Kapitel 5 wird für die bestehende Messwelle ein statischer Festigkeitsnachweis und ein Ermüdungsfestigkeitsnachweis gemäß der FKM-Richtlinie durchgeführt. Es kann nachgewiesen werden, dass die bestehende Messwelle auch dem neuen gesteigerten Reib-Dreh-Moment widersteht.

7 Ausblick

Im Hauptteil dieser Arbeit werden lediglich Maßnahmen zur Reduktion der Auswirkungen einer Schwankung der Montagevorspannkraft der M24-Verschraubung bewertet. Anstatt von Einschweißhülsen käme selbstverständlich auch ein Vollprofil zur Erhöhung der Plattensteifigkeit in Betracht. Auch wäre eine Reduktion der Montagevorspannkraftschwankung durch eine Verbesserung des Anzugsverfahren möglich. Weiterhin wäre eine Betrachtung der Form- und Lagetoleranzen der verschraubten Bauteile ebenso lohnenswert.

In Kapitel 5.4, dem Ermüdungsfestigkeitsnachweis der Drehmomentenmesswelle, hat der Faktor für die Berücksichtigung der Randschichtverfestigung den größten Einfluss auf die Konstruktionsfaktoren. Aus dem Wertebereich, den die FKM-Richtlinie für diesen Faktor vorsieht, wird im Rahmen dieser Arbeit pauschal der Mittelwert angesetzt. Diese Annahme stellt lediglich eine grobe Abschätzung des tatsächlichen anzusetzenden Faktors dar und darf diskutiert werden.

Quellenverzeichnis

- [1] technia.com
<https://www.technia.com/de/advanced-simulation/software/abaqus/>
 [Zugriff am 22. 04. 2026]
- [2] wikipedia.org
<https://de.wikipedia.org/wiki/CAD>
 [Zugriff am 22. 04. 2026]
- [3] FKM-Richtlinie, Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenelemente, VDMA-Verlag, 7. Auflage 2020
- [4] altair.de
<https://altair.de/hypermesh>
 [Zugriff am 24. 04. 2026]
- [5] altair.de
https://altair.de/docs/default-source/resource-library/hw_0000_datasheet_hyper-view_8.5x11.pdf?sfvrsn=ef431ec3_3
 [Zugriff am 24. 04. 2026]
- [6] Klein, B.: FEM, Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau, 10. Auflage. Springer Vieweg, 2015
- [7] Dassault Systemes, SIMULIA User Assistance 2020
- [8] Steibler, P.: Lebensdauerberechnungen mit FEM, Von der Last zur Betriebsfestigkeit. Hochschule Konstanz, Springer Vieweg Wiesbaden, 2021
- [9] caeassistant.com
<https://caeassistant.com/blog/abaqus-step-increment-iteration/>
 [Zugriff am 09. 04. 2026]
- [10] Beitz, W.; Grote, K.-H.: DUBBEL, Taschenbuch für den Maschinenbau, 19. Auflage. Berlin Heidelberg New York, Springer, 1997
- [11] Popov, V. L.: Kontaktmechanik und Reibung, Von der Nanotribologie bis zur Erdbebendynamik, 3., aktualisierte Auflage. TU Berlin, Springer Vieweg, 2015.

- [12] nietzange-test.de
<https://nietzange-test.de/verbindungsarten/>
 [Zugriff am 24. 04. 2026]
- [13] tu-chemnitz.de
<https://www.tu-chemnitz.de/mb/mp/forschung/reibwerte/index.html>
 [Zugriff am 08. 04. 2026]
- [14] tu-chemnitz.de
<https://www.tu-chemnitz.de/mb/mp/forschung/versuchsfeld/index.html#HRP2500>
 [Zugriff am 08. 04. 2026]
- [15] tu-chemnitz.de
https://www.tu-chemnitz.de/mb/mp/forschung/versuchsfeld/data/HRP2500_Reibwertpruefstand.pdf
 [Zugriff am 07. 04. 2026]
- [16] Prof. Dr-Ing. A.Maiwald, WHZ
- [17] Wagner, M.: Lineare und nichtlineare FEM, Eine Einführung mit Anwendungen in der Umformsimulation mit LS-DYNA®, 3. Auflage. OTH Regensburg, Springer Vieweg, 2022
- [18] caeassistant.com
<https://caeassistant.com/blog/abaqus-connector-elements/>
 [Zugriff am 13. 04. 2026]
- [19] IAMT-Versuchsabteilung
- [20] siemens.com
<https://www.siemens.com/de-de/products/simotics/servo-geared-motors/>
 [Zugriff am 08. 04. 2026]
- [21] siemens.com
https://mall.industry.siemens.com/mall/collaterals/files/199/PDF/ENG_554307.PDF
 [Zugriff am 08. 04. 2026]
- [22] IAMT-Berechnungsabteilung

- [23] VDI Richtlinien: VDI 2230 „Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen Zylindrische Einschraubenverbindungen“. Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf, 2015
- [24] lenze-selection.com
https://www.lenze-selection.com/fileadmin/lenze-selection/documents/de/catalogue/Katalog_Lenze_Selection_ETP_Spannbuchsen_Spannelemente_DE.pdf#page=18
 [Zugriff am 11. 04. 2026]
- [25] Wächter, M.; Müller, C.; Esderts, A.: Angewandter Festigkeitsnachweis nach FKM-Richtlinie, Kurz und bündig, 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Clausthal-Zellerfeld und Ingolstadt, Springer Vieweg, 2021
- [26] Götz, S.; Eulitz, K.-G.: Betriebsfestigkeit, Bauteile sicher auslegen!, 2. Auflage. Springer Vieweg Wiesbaden, 2022
- [27] WHZ, Arbeitsblätter (Gelbe Seiten)
- [28] wikipedia.org
<https://de.wikipedia.org/wiki/FKM-Richtlinie>
 [Zugriff am 08. 04. 2026]
- [29] fidelisfea.com
<https://www.fidelisfea.com/post/what-is-the-difference-between-a-kinematic-rbe2-and-a-distributing-rbe3-coupling-in-fea>
 [Zugriff am 08. 04. 2026]
- [30] wikipedia.org
<https://de.wikipedia.org/wiki/Finite-Elemente-Methode>
 [Zugriff am 19. 04. 2026]
- [31] 3ds.com
<https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus/cae>
 [Zugriff am 22. 04. 2026]

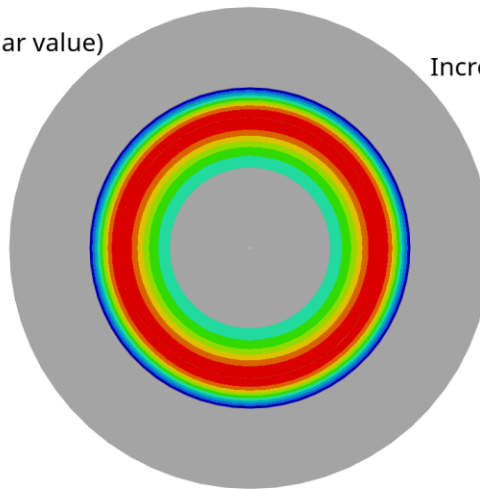
Verzeichnis der Anlagen

Anlage 1	Vergleich der Flächenpressungen infolge der Normalkraft für alle Modellvarianten	1 Seite
Anlage 2	Vergleich des Verkippens des oberen Probenkörpers für alle Modellvarianten	2 Seiten

Anlage 1

Contour Plot
CPRESS-Contact pressure(Scalar value)

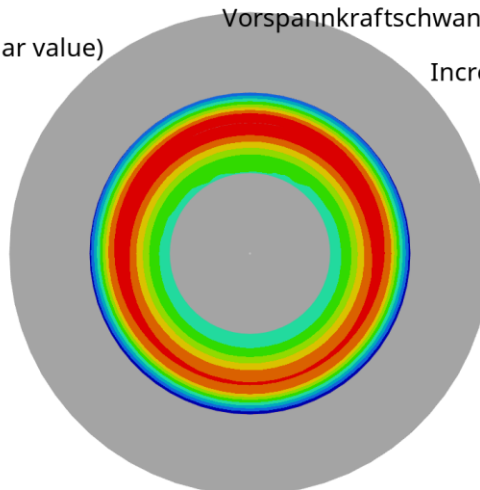
3.857E+02
3.826E+02
3.795E+02
3.763E+02
3.732E+02
3.700E+02
3.669E+02
3.637E+02
3.606E+02
3.574E+02
No Result
Max = 3.857E+02
PART-1-1 514503
Min = 3.574E+02
PART-1-1 561487



Increment 4: Step Time = 1.000
Ausgangsmodell
STEP3: Normalkraft

Contour Plot
CPRESS-Contact pressure(Scalar value)

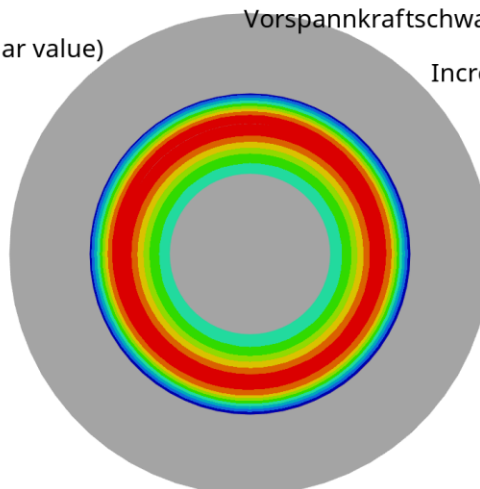
3.873E+02
3.838E+02
3.803E+02
3.768E+02
3.733E+02
3.698E+02
3.662E+02
3.627E+02
3.592E+02
3.557E+02
No Result
Max = 3.873E+02
PART-1-1 561390
Min = 3.557E+02
PART-1-1 514491



Vorspannkraftschwankung ohne Einschweisshuelen
Increment 4: Step Time = 1.000
STEP3: Normalkraft

Contour Plot
CPRESS-Contact pressure(Scalar value)

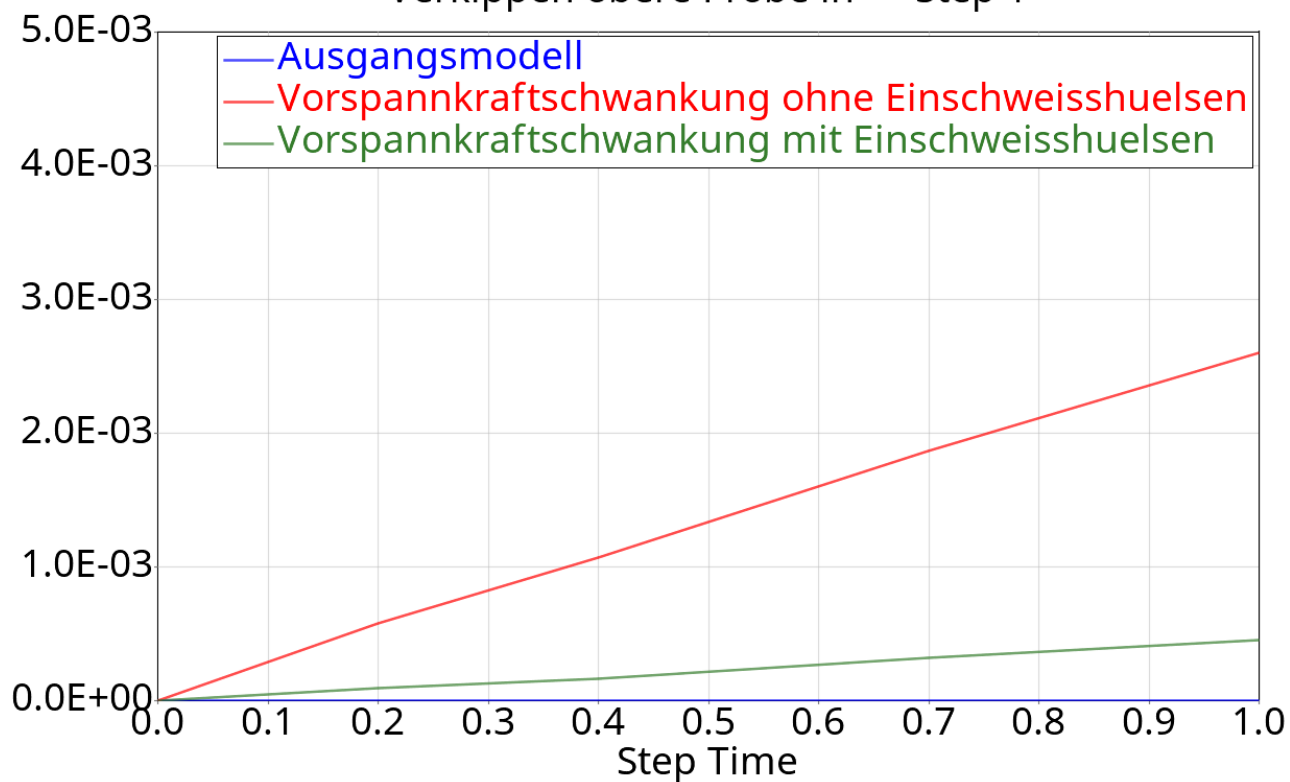
3.865E+02
3.832E+02
3.799E+02
3.766E+02
3.733E+02
3.701E+02
3.668E+02
3.635E+02
3.602E+02
3.569E+02
No Result
Max = 3.865E+02
PART-1-1 598628
Min = 3.569E+02
PART-1-1 514597



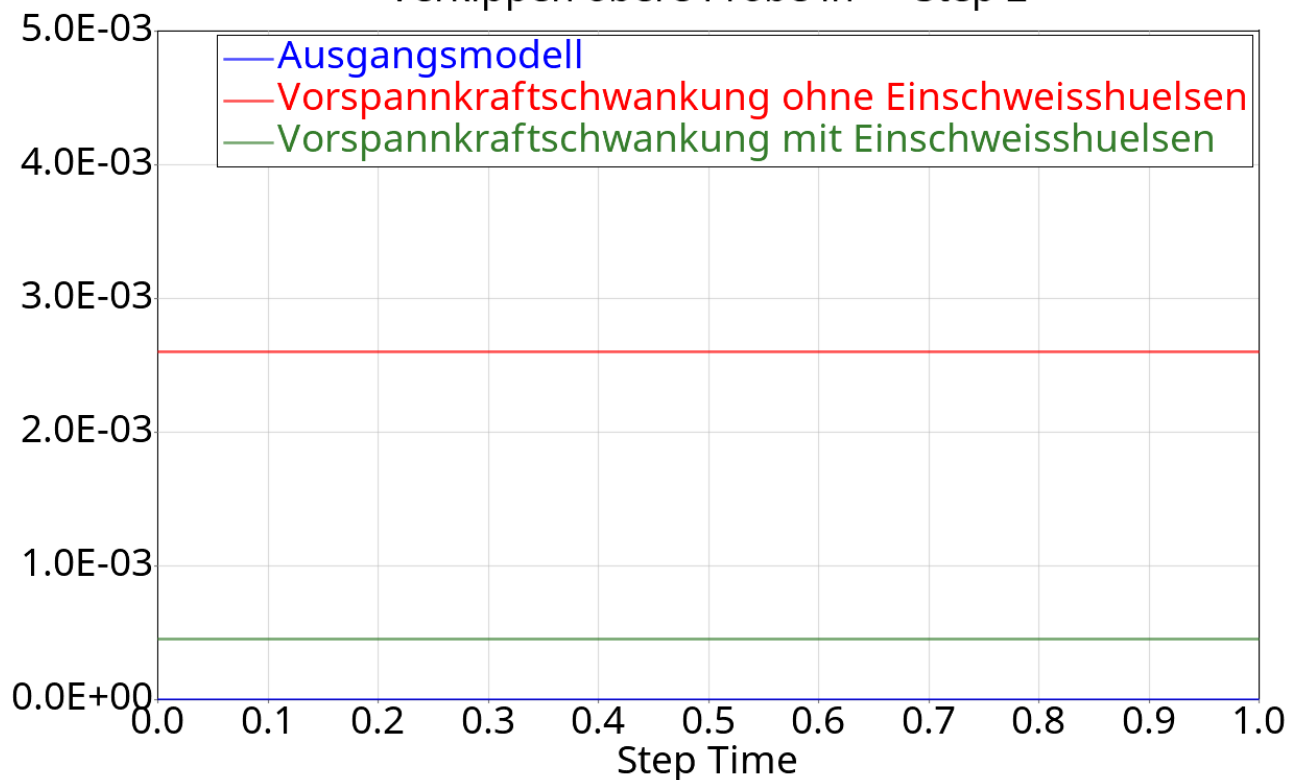
Vorspannkraftschwankung mit Einschweisshuelen
Increment 4: Step Time = 1.000
STEP3: Normalkraft

Anlage 2

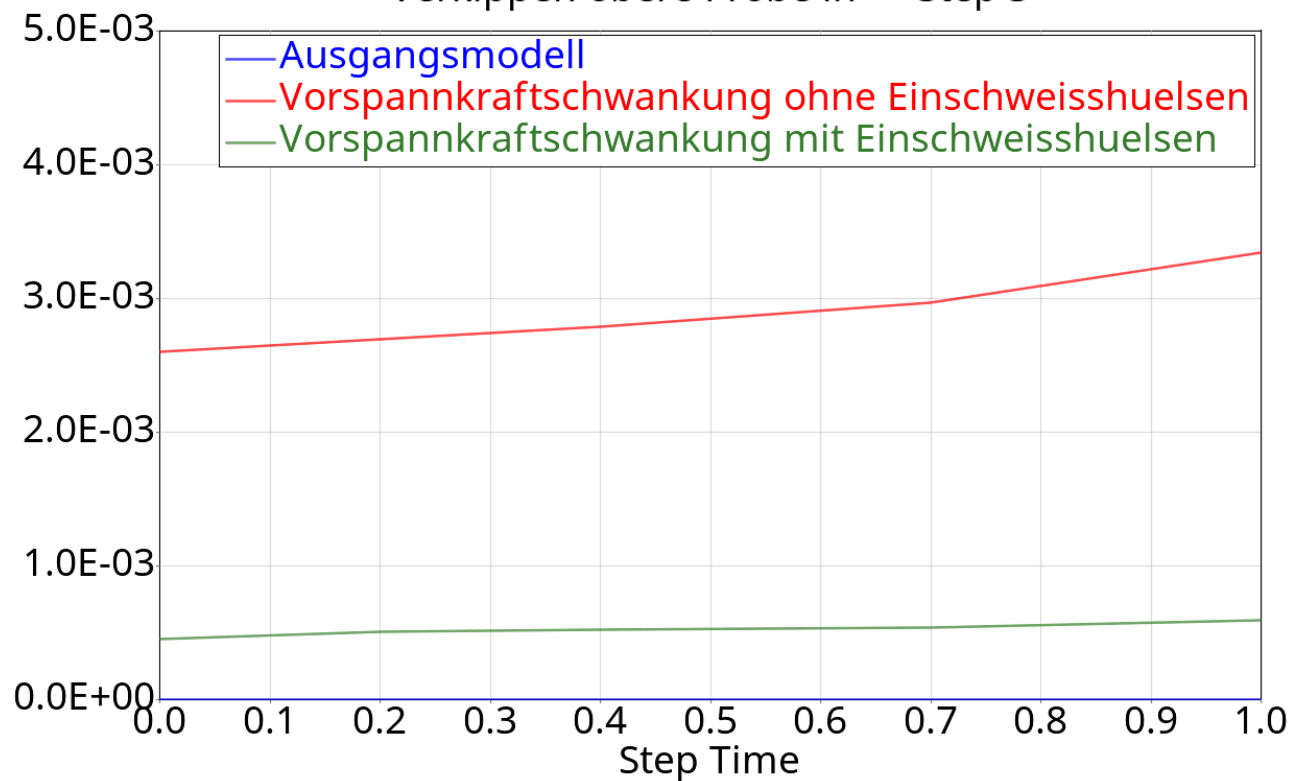
Verkippen obere Probe in ° - Step 1



Verkippen obere Probe in ° - Step 2



Verkippen obere Probe in ° - Step 3



Verkippen obere Probe in ° - Step 4

